

1902.

N: 5.

ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, C. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 8. HEFT 1.

DER GANZEN REIHE 313. BANDES 1. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RONTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERN VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEHEN VON

PAUL DRUDE.

MIT EINER TAFEL.



LEIPZIG, 1902.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

*Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den
Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in
12 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 38 M.*

(Ausgegeben am 29. April 1902.)

Inhalt.

	Seite
1. E. Hagen und H. Rubens. Das Reflexionsvermögen einiger Metalle für ultraviolette und ultrarote Strahlen	1
2. August Becker. Interferenzröhren für elektrische Wellen . .	22
3. R. Straubel. Ueber die Abbildung einer Ebene durch ein Prisma	63
4. E. Gebrcke. Ueber den Geschwindigkeitsverlust, welchen die Kathodenstrahlen bei der Reflexion erleiden	81
5. E. Goldstein. Ueber den Einfluss der Lichtbrechung auf Beobachtungen an Geissler'schen Röhren	94
6. G. Tammann. Ueber die sogenannten flüssigen Krystalle II	103
7. C. Bender. Brechungsexponenten normaler Salzlösungen . .	109
8. L. Mandelstam. Bestimmung der Schwingungsdauer der oscillatorischen Condensatorenentladung	123
9. P. Lenard. Ueber die lichtelektrische Wirkung	149
10. Ferdinand Braun. Ueber die Erregung stehender elektrischer Drahtwellen durch Entladung von Condensatoren	199
11. Karl Wildermuth. Ueber die Absorption elektrischer Schwingungen in Flüssigkeiten	212
12. Adolf Haydweiller. Ueber Selbstelektrisirung des menschlichen Körpers	227
13. A. Pflüger. Die Absorption festen Cyanins im Ultraviolett .	230

Manuscripte sind an den Herausgeber, Professor Dr. P. Drüde, zu senden. Seine Adresse ist Glessen, Nahrungberg 8.

Es wird gebeten, die Manuscripte druckfertig einzuliefern und in den Correcturen das beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuscript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuscriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Citate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuscriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl anzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 Sonderabdrücke jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muss dies bei Rücksendung des ersten Correcturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

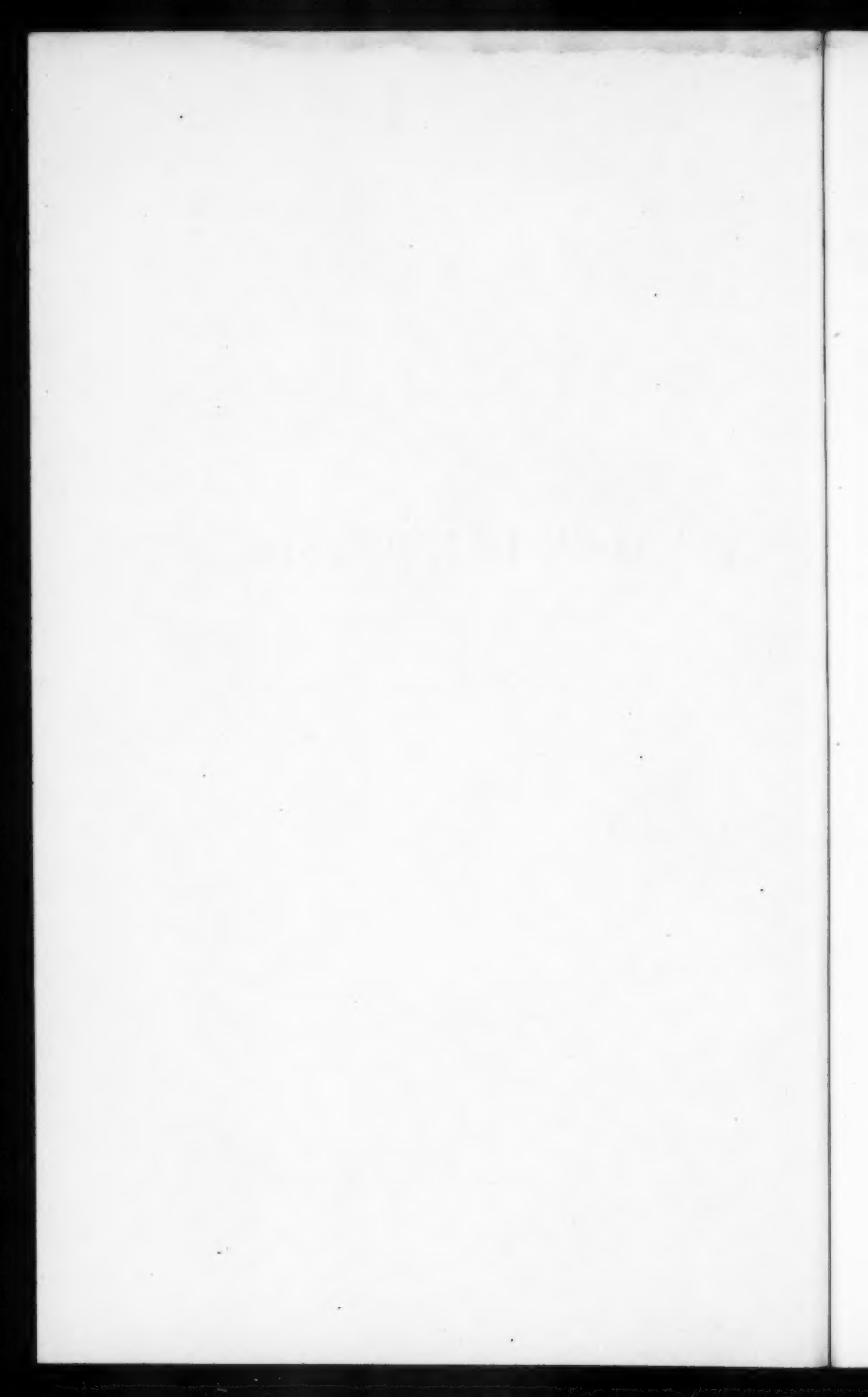
Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Uebersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaction und Verlagsbuchhandlung gestattet.



ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE.

BAND 8.



ANNALEN
DER 24598
PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 8.

DER GANZEN REIHE 813. BAND.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.

MIT SIEBEN FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1902.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

ANNALS

1821

PHYSIK.

PHYSIKALISCHES INSTITUT

AN DER UNIVERSITÄT ZÜRICH

VERLEHNS-BUCH

1821

VERLEHNS-NUMMER

1821

VERLEHNS-NUMMER

AN DER UNIVERSITÄT ZÜRICH

VERLEHNS-BUCH

AN DER UNIVERSITÄT ZÜRICH

VERLEHNS-BUCH

1821

VERLEHNS-BUCH

PHYSIK.

PHYSIKALISCHES INSTITUT



1821

VERLEHNS-BUCH

da
m
ul
se
de
F
de
fu
na
sp
Li
de
un

un
cir
ult

p. 4
die
Ph

p. 2

La
ver
glei

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 8.

1. *Das Reflexionsvermögen einiger Metalle für ultraviolette und ultrarote Strahlen*¹⁾; von E. Hagen und H. Rubens.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

In dem ersten Abschnitt der nachstehenden Arbeit soll das Reflexionsvermögen einer Reihe von Metallen und Spiegelmetallen für *ultraviolette* Strahlen, in dem zweiten das für *ultrarote* Strahlen behandelt werden. Die Arbeit bildet die Fortsetzung unserer früheren, dasselbe Thema für den *sichtbaren Teil des Spectrums* ($\lambda = 450$ bis $700 \mu\mu$) behandelnden Untersuchung²⁾. Für die letztere hatten wir eine Methode benutzt, mit Hülfe deren man das Reflexionsvermögen eines beliebigen Körpers für nahezu senkrechte Incidenz auf optischem Wege mit Genauigkeit ermitteln kann. Das Verfahren beruhte auf der spectralphotometrischen Vergleichung der Helligkeit eines als Lichtquelle benutzten, elektrisch geglühten Platinstreifens mit der seines gleichgrossen reellen Bildes, welches ein aus der zu untersuchenden Substanz hergestellter Hohlspiegel liefert.

Wir hegten schon damals die Absicht, die Messungen unter Benutzung der gleichen Methode mit Hülfe eines fluorescirenden Oculars über das sichtbare Gebiet hinaus auf das ultraviolette Spectrum auszudehnen³⁾, und hatten aus diesem

1) Unveränderter Abdruck aus der Zeitschr. f. Instrumentenk. 22. p. 42. 1902. Eine kurze Mitteilung der vorliegenden Untersuchung, soweit dieselbe *ultraviolette* Strahlen betrifft, ist in den Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 3. p. 165. 1901 abgedruckt.

2) E. Hagen und H. Rubens, Zeitschr. f. Instrumentenk. 19. p. 293. 1899; Ann. d. Phys. 1. p. 352. 1900.

3) Soweit uns bekannt ist, liegen ausser einigen Bestimmungen Langley's (Phil. Mag. 27. p. 10. 1889), aus denen sich das Reflexionsvermögen eines Silberspiegels bei $400 \mu\mu$ gleich 79 Proc., bei $380 \mu\mu$ gleich 73 Proc. und bei $350 \mu\mu$ gleich 61 Proc. berechnet, *quantitative*

Grunde sämtliche Glasteile im Apparat vermieden. Zur Dispersion der Strahlen diente ein Quarzprisma, die Spectrometer-objective und die Projectionslinse waren durch Quarz-Flussspatachromate ersetzt. Es zeigte sich jedoch, dass die Methode in ihrer ursprünglich angewandten Form für Messungen im Ultraviolett nicht geeignet war. Sie bedurfte hierzu einer wesentlichen Abänderung, da sich die Strahlungsintensität des elektrisch geglühten Platinstreifens als unzureichend erwies und die Genauigkeit der photometrischen Vergleichung in dem Gebiet kleiner Wellenlängen durch diffuse Strahlen und die lebhaft Fluorescenz aller Linsen und Prismen der Versuchsanordnung erheblich beeinträchtigt wird.

Die photometrische Methode musste daher durch eine andere ersetzt werden, welche es gestattet, die Intensität der auffallenden und reflectirten Strahlen nacheinander durch die Vergleichung ihrer *Wärmewirkung* unter Anwendung einer höchst intensiven Lichtquelle zu messen. Zu dieser Messung der Strahlungsintensität benutzten wir hierbei eine an Stelle des Fadenkreuzes im Beobachtungsrohr des Spectralapparates angebrachte lineare Thermosäule¹⁾ in Verbindung mit einem sehr empfindlichen, gegen magnetische Störungen völlig geschützten Panzergalvanometer.²⁾ Aus dem Verhältnis der Ausschläge des letzteren, wenn einmal die Strahlen direct auf-

Angaben über das Reflexionsvermögen der Metalle und Spiegelmetalle für ultraviolette Strahlen von anderer Seite nicht vor.

Die auf photometrischem Wege erhaltenen Versuchsergebnisse des Hrn. Schumann (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien. 108. IIa. p. 136. 1899), sowie des Hrn. Glatzel (Physik. Zeitschr. 2. p. 176. 1900) sind rein qualitativer Natur, und die wenigen von Letzterem aus seinen Versuchen abgeleiteten Zahlenangaben sind zum Teil sogar der Grössenordnung nach unrichtig.

Auch die von Hrn. P. G. Nutting (Phys. Rev. 13. p. 193. 1901) benutzte photographische Methode scheint wenig geeignet, quantitative Resultate zu liefern. Die vom ihm für Silber angegebenen Werte stimmen zwar mit den unserigen angenähert überein, aber bei den übrigen Metallen, für welche Hr. Nutting übrigens nur Curven mitteilt, ist dies so wenig der Fall, dass die letzteren den Charakter der Erscheinung nicht einmal qualitativ richtig wiedergeben.

1) H. Rubens, Zeitschr. f. Instrumentenk. 18. p. 65. 1898.

2) H. du Bois und H. Rubens, Zeitschr. f. Instrumentenk. 20. p. 65. 1900.

fallen und das andere Mal zunächst an dem zu untersuchenden Spiegel reflectirt werden, musste sich sodann das Reflexionsvermögen der Substanz für die betreffende Wellenlänge ableiten lassen.

Diese Methode hat gegenüber dem in unserer ersten Arbeit angewendeten photometrischen Verfahren den *Nachteil*, dass sie keine absolute Methode ist, falls man sie nicht durch Hinzunahme verwickelter Hülfeinrichtungen erheblich compliciren will, dafür aber hat sie vor ihm den wesentlichen *Vorteil* voraus, dass sie sich unmittelbar auch für *ultrarote* Strahlen anwenden lässt.

Als Lichtquelle diente für *Ultraviolett* eine kräftige, gut brennende Bogenlampe. Durch besondere Vorversuche hatten wir uns davon überzeugt, dass das Spectrum einer solchen auch in seinem ultravioletten Teil noch genügend intensiv ist, um genaue Messungen mit Hülfe der Thermosäule zu gestatten. Zwar ist die Emission des positiven Kraters bereits bei $\lambda = 300 \mu\mu$ eine äusserst geringe, doch enthält das Spectrum des Lichtbogens eine Reihe von ultravioletten Emissionsbanden, von denen zwei (bei $\lambda = 385$ und $\lambda = 357 \mu\mu$) bereits durch die Arbeiten von Kayser und Runge¹⁾ und B. W. Snow²⁾ bekannt sind. Letzterem gelang es, mit Hülfe des Bolometers zu zeigen, dass die Banden bei $\lambda = 385 \mu\mu$ eine äusserst kräftige, die bei $\lambda = 357 \mu\mu$ eine noch durchaus merkliche Wärmewirkung hervorbringen. Dass Hr. Snow das Vorhandensein noch weiter im Ultraviolett gelegener Banden mit seiner Versuchsanordnung nicht nachweisen konnte, ist in erster Linie dem Umstand zuzuschreiben, dass Linsen und Prisma seines Spectrometers aus Glas bestanden. Mit Hülfe unserer Instrumente glückte es uns jedoch, noch vier weitere Banden im Ultraviolett aufzufinden, deren Intensitätsmaxima bei den Wellenlängen 305, 288, 251 und $221 \mu\mu$ liegen.³⁾ Untersucht man die von dem Krater der positiven Kohle ausgesandte Strahlung, so findet man, dass die soeben genannten Emissionsbanden des Kohlenbogens über das continuirliche

1) H. Kayser und C. Runge, Wied. Ann. **38**. p. 90. 1889.

2) B. W. Snow, Wied. Ann. **47**. p. 227. 1892.

3) Welchem Element diese Banden angehören, bleibt dahingestellt.

Spectrum der heissen Kohle hinübergelagert und nahezu ebenso kräftig sind, wie wenn man den Bogen allein strahlen lässt. Wir haben es deshalb vorgezogen, nicht mit dem Spectrum des Bogens allein, sondern mit demjenigen des positiven Kraters zu arbeiten.

Für die im zweiten Abschnitt zu erwähnenden Versuche im *Ultrarot* wurde ein frei brennender Nernst'scher Glühkörper benutzt, im übrigen aber sind hier genau die gleichen Apparte und deren gleiche Anordnung verwendet worden, wie für die Untersuchung im ultravioletten Teile des Spectrums.

I. Ultravioletter Teil.

Versuchsanordnung und Strahlengang.

Die Versuchsanordnung ist aus Fig. 1 ersichtlich. In derselben bedeutet *F* ein kleines, total reflectirendes Quarzprisma, welches so geschliffen ist, dass seine Kanten parallel der Krystallaxe liegen, und welches auf einem drehbaren Tischchen derart befestigt ist, dass die Umdrehungsaxe des letzteren ganz oder nahezu mit der Kante eines der beiden 45° -Winkel des Reflexprismas zusammenfällt. Das Tischchen selbst ist zwischen festklemmbaren Anschlägen um einen bestimmten Winkel drehbar und erlaubt, das Reflexprisma aus der in der Figur punktirt gezeichneten Stellung (Lage 1) in die durch ausgezogene Linien gekennzeichnete (Lage 2) überzuführen und umgekehrt.

In Fig. 1 bedeutet weiter *C* ein Diaphragma von etwa 3×3 mm Grösse, *B* eine Doppellinse aus Quarz, welche die von dem Krater der Bogenlampe *A* ausgehenden Strahlen auf *C* concentrirt. Dieselben passiren einen mit Wasser gefüllten Trog *D*, dessen Wände aus dünnen, planparallelen Quarzplatten bestehen, und fallen auf das achromatische System *E* auf, dessen Stellung so gewählt ist, dass es die von dem Diaphragma *C* ausgehenden Strahlen zu einem Bilde *a* auf der einen Kathetenfläche des zunächst in der Lage 1 zu denkenden Reflexprismas vereinigt.

Die von *a* aus weitergehenden Strahlen werden hierauf an der Hypotenuse des Reflexprismas reflectirt und mittels der achromatischen Projectionslinse *H* zu einem scharfen

Bilde auf dem bilateralen Spalt J des Spectralapparates wieder vereinigt, um von da aus weitergehend zu der Thermosäule T zu gelangen. Nimmt hingegen das Reflexprisma F die Lage 2 ein, so werden die Strahlen nach dem Eintritt in das Prisma zunächst an der Hypotenusenfläche reflectirt und liefern ein Bild bei b nahe der jetzt die Austrittsfläche bildenden Katheten-
seite des Prismas. Die von diesem Bilde aus weitergehenden Strahlen fallen sodann mit einer Incidenz von etwa 1° auf

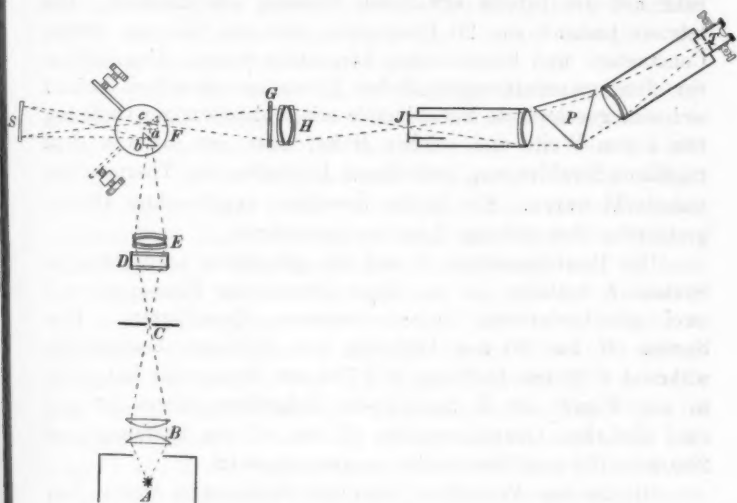


Fig. 1.

den zu untersuchenden Hohlspiegel S auf, dessen Abstand von der Mitte des Prismentischchens etwa gleich seinem Krümmungsradius, und dessen Aufstellung so gewählt wird, dass die von ihm reflectirten, ursprünglich von dem Diaphragma C ausgegangenen Strahlen sich in c wiederum zu einem reellen Bilde vereinigen. Der Verlauf der Strahlen von da an bis T ist alsdann der gleiche, wie im zuvor erwähnten Falle.

Zur Vereinfachung der weiteren Beschreibung wollen wir die bei der Lage 1 des Reflexprismas nach dem Projectionssystem H hingehenden und sich schliesslich auf der Thermosäule T vereinigenden Strahlen als die „directen“, und wenn

sie bei der Lage 2 des Reflexprismas zunächst am Hohlspiegel *S* reflectirt worden sind, als die „gespiegelten“ Strahlen bezeichnen.

Apparate. Das Spectrometer war der in unserer früheren Arbeit verwendete Apparat mit Quarz-Flussspat-Achromaten, sein dispergirendes Quarzprisma ist mit automatischer Minimumstellung versehen, sein Collimator mit einem einfachen, bilateral verschiebbaren Spalt und sein Beobachtungsröhr mit der bereits erwähnten linearen Thermosäule. Die letztere bestand aus 20 Elementen, die aus 0,1 mm dicken Constantan- und Eisendrähten hergestellt waren. Unmittelbar vor den temperaturempfindlichen Lötstellen derselben befand sich eine geschwärzte Metallblende mit schlitzförmiger Oeffnung von 1 mm Weite und solcher Höhe, dass nur die von dem regulären Strahlengang getroffenen Lötstellen der Thermosäule unbedeckt waren. Ein hinter derselben angebrachtes Ocular gestattete, ihre richtige Lage zu controliren.

Die Projectionslinse *H* und das gleichfalls achromatische System *E* bestehen je aus einer biconvexen Flussspat- und zwei gleichgeformten convex-concaven Quarzlinsen. Das System *H* hat 30 mm Oeffnung und 150 mm Brennweite, während *E* 28 mm Oeffnung und 100 mm Brennweite hat. Die in der Figur mit *B* bezeichnete Beleuchtungslinse ist aus zwei einfachen Quarzlinsen von 57 bez. 45 mm Oeffnung und 260 bez. 150 mm Brennweite zusammengesetzt.

Die zu den Versuchen benutzten Hohlspiegel waren dieselben wie die früher von uns verwendeten und sämtlich von C. Zeiss in Jena hergestellt. Sie haben 40 mm Durchmesser und 300 mm Krümmungsradius.

Die für die Versuche im Ultraviolett dienende Bogenlampe war Křížik und Piette'scher Construction und von der Firma Schuckert & Co. in Nürnberg bezogen. Die Lampe zeichnete sich bei der Verwendung Siemens'scher A-Kohlen durch ausserordentlich constantes Brennen aus.

Als Galvanometer diente ein du Bois-Rubens'sches Kugelpanzer-Galvanometer von Siemens & Halske in Berlin, das mit dem schwereren Magnetsystem, 50 Ohm Widerstand und 3,4 Secunden Schwingungsdauer eine Empfindlichkeit von $3,3 \cdot 10^{-10}$ Amp. für 1 mm bei $3\frac{1}{2}$ m Scalenabstand ergab.

Zwischen dem Reflexprisma F und dem Projectionssystem H endlich ist ein vertical verschiebbarer Schirm G eingeschaltet, der drei übereinander befindliche Fenster besitzt, deren oberstes mit einer planparallelen roten, das zweite mit einer farblosen Glasplatte und das unterste mit einer Quarzplatte bedeckt ist. Auf den Zweck dieser als Strahlenfilter dienenden Vorrichtung wird weiter unten eingegangen werden.

Aufstellung und Justirung der Versuchsanordnung. Die Art der Aufstellung der ganzen Versuchsanordnung ist aus dem in Fig. 1 dargestellten Strahlengang klar, sodass bezüglich der Justirung wenige Hinweise genügen.

Zunächst hat man, um die richtige Stellung des Hohlspiegels S zu finden, die Neigung seiner Symmetrieaxe so lange zu verändern und ihn mikrometrisch vor- oder zurückzuschieben, bis bei ungeänderter Stellung der übrigen Teile sowohl für die Lage 1 wie 2 des Reflexprismas ein vollkommen scharfes Bild des Diaphragmas C auf dem Spalt des Spectrometers entsteht. Um dies leichter wahrnehmen und für *beide* Stellungen des kleinen Reflexprismas den gleichen verticalen Teil des Diaphragmas C auf dem Spalt entwerfen zu können, war in das Diaphragma ein schräg liegendes Kreuz sehr dünner Drähte eingezogen. War die Einstellung erfolgt, so hatte man alsdann nur noch die festklemmbaren Anschläge des Prismentischchens F so zu stellen, dass sowohl bei der Lage 1 wie 2 des Reflexprismas das Objectiv des Collimators in genau der gleichen Weise von den Strahlen getroffen wurde. Dies ist an einem vor das dispergirende Quarzprisma vorgesetzten Kartenblatt leicht erkennbar. Man konnte alsdann sicher sein, dass der Verlauf sowohl der „directen“ wie der „gespiegelten“, ursprünglich von dem Diaphragma C herkommenden Strahlen auf dem zwischen c und der Projectionslinse H gelegenen Teile der Fig. 1, und infolge davon auch auf dem ganzen weiteren Wege bis zur Thermosäule T hin, vollständig identisch ist.

Beseitigung des Einflusses der diffusen Strahlen.

Offenbar wird man aus der am Galvanometer beobachteten Wärmewirkung der „directen“ und „gespiegelten“ Strahlen nur dann ein brauchbares Resultat für das Reflexionsvermögen des

untersuchten Spiegels ableiten können, wenn auf die Thermosäule nur solche Strahlen fallen, welche *ausschliesslich* derjenigen Wellenlänge angehören, auf welche man das Spectrometer gerade eingestellt hat. Das ist nun bei einer Versuchsanordnung, wie sie Fig. 1 zeigt, niemals vollkommen der Fall, vielmehr hat man es da stets mit einer unvermeidlichen mehr oder minder grossen Beimengung *diffuser* Strahlen zu thun. Diese aber erschweren die Energiemessungen gerade im *ultravioletten* Spectralgebiet ungemein, in welchem die Intensität im Vergleich zu derjenigen der Spectralgebiete grösserer Wellenlänge sehr gering ist. Die Energieverteilung in einem Spectrum, welches mittels der Bogenlampe und eines Quarzprismas erhalten wird, ist eine derartige, dass die Intensität z. B. bei der Wellenlänge $\lambda = 1000 \mu\mu$ mindestens 3000 mal so gross ist, als bei $\lambda = 251 \mu\mu$. Daraus folgt, dass selbst ein *relativ* sehr geringer Teil der Gesamtstrahlung, welcher über das ganze Spectrum diffus ausgebreitet ist, eine procentisch sehr erhebliche Verunreinigung des ultravioletten Spectrums hervorrufen kann. Man hat dabei zweierlei zu unterscheiden: erstens die Verunreinigung durch *ultrarote* und zweitens die durch *sichtbare* Strahlen. Die Verunreinigung durch die ultraroten Strahlen kann man der Hauptsache nach leicht durch Einschalten einer einige Centimeter dicken Wasserschicht (*D* in Fig. 1) fortschaffen, welche bewirkt, dass fast sämtliche ultraroten Strahlen absorbiert und nur die sichtbaren und ultravioletten hindurchgelassen werden, falls die Wände des Wassergefässes wie in unserer Versuchsanordnung aus planparallelen Quarzplatten bestehen.

Neben den ultraroten Strahlen kommen als Verunreinigung nur die sichtbaren in Betracht. Um nun auch noch den Einfluss der *diffusen sichtbaren* Strahlen zu eliminieren, kommen zwei Wege in Frage. Entweder könnte man dazu eine Vorrichtung benutzen, welche *alle* Strahlen, mit Ausnahme der zu untersuchenden, beseitigt, wie dies durch die zuert von Helmholtz angewandte *doppelte* spectrale Zerlegung geschieht. Oder aber man könnte eine Substanz in den Strahlengang einführen, welche nur die zu untersuchende Strahlenart absorbiert und alle anderen hindurchlässt. Für unsere an sich schon complicirte Versuchsanordnung war nur die letztere

Methode anwendbar, obwohl man bei ihr den angestrebten Zweck der Theorie nach weniger vollkommen erreicht, als durch doppelte spectrale Zerlegung. Praktisch aber genügt es, solange es sich um Energiemessungen im *Ultraviolett* handelt, vollständig, wenn die in den Strahlengang eingeschaltete Substanz die zu untersuchende Strahlung absorbiert, die Strahlen von *größerer* Wellenlänge aber hindurchlässt.

Allerdings ist hierbei noch dem Lichtverlust Rechnung zu tragen, den die verunreinigenden Strahlen *größerer* Wellenlänge an der Oberfläche der in den Strahlengang eingeschalteten Schicht erfahren. Aus diesem Grunde darf man die letztere nicht einfach aus dem Strahlengang entfernen, sondern muss sie durch ein andere — in unserem Falle durch eine planparallele Quarzplatte — ersetzen, welche angenähert denselben Brechungsexponenten besitzt wie jene, also denselben Lichtverlust durch Reflexion herbeiführt, ohne aber sonst auf die Strahlen irgendwie absorbierend zu wirken.

Ausser der soeben erwähnten Quarzplatte enthält der vor der Projectionslinse *H* (Fig. 1) vertical verschiebbare Schirm *G*, wie bereits auf p. 7 angegeben, noch eine Scheibe aus rotem und eine Scheibe aus farblosem Glas. Hiervon lässt die *rote* Glasscheibe Strahlen etwa bis zur Wellenlänge $600\ \mu\mu$ hinab durch, die *farblose* Scheibe solche bis etwa $330\ \mu\mu$ und endlich die *Quarzscheibe* alle Strahlen bis $200\ \mu\mu$ hinab.

Handelt es sich daher um die Energiemessung von Strahlen des Wellenlängengebietes 330 und $200\ \mu\mu$, so wird man in den Strahlengang zunächst die farblose Glasplatte einzuschalten, dann diese durch die Quarzplatte zu ersetzen und die bei dieser Vertauschung eintretende Aenderung des Galvanometerausschlages zu beobachten haben.

Analog wird für Wellenlängen zwischen 600 und $330\ \mu\mu$ wechselweise die rote Glasscheibe und die Quarzscheibe zu benutzen und endlich oberhalb $600\ \mu\mu$ abwechselnd ein Metall- oder Pappschirm anzuwenden und wieder aus dem Strahlengang zu entfernen sein. Hierbei ist als selbstverständlich vorausgesetzt, dass man die Hauptmenge der *ultraroten* Strahlen durch einen mit destillirtem Wasser gefüllten Quarztrog bereits vorher beseitigt hat.

Dass der bei der Vertauschung des roten bez. farblosen

Glasschirmes gegen die genannte planparallele Quarzplatte im Galvanometer beobachtete Ausschlag bei unseren Versuchen lediglich von der Energie von Strahlen derjenigen Wellenlänge herrührte, auf welche der Spectralapparat eingestellt ist, dass also der Einfluss der diffusen Strahlung vollständig beseitigt war, geht daraus hervor, dass eine 0,01 mm dicke Glimmerplatte die Strahlen von der Wellenlänge $250\ \mu\mu$ vollständig absorbierte.

Ausführung der Versuche.

Die Versuchsreihen waren stets in der folgenden Weise angeordnet. Nachdem der Spiegel polirt, im Spiegelhalter befestigt und in der richtigen Stellung justirt war, sodass beim Umlegen des Prismenstückchens F die Bilder in vollkommener Schärfe und gleicher Lage auf dem Spectrometerspalt erschienen, wurde der Spectralapparat auf die Wellenlänge $\lambda = 500\ \mu\mu$ eingestellt und das Reflexionsvermögen an dieser Stelle durch eine Reihe von neun Wechselbeobachtungen der für die Lagen 1 und 2 des Reflexprismas erhaltenen Galvanometerausschläge ermittelt. Dasselbe geschah sodann bei den Wellenlängen 450, 420, 385, 357, 326, 305, 288 und $251\ \mu\mu$.¹⁾ Am Schluss und in einigen Fällen auch während der Versuchsreihe wurden die Beobachtungen für $\lambda = 500\ \mu\mu$ wiederholt. Der Quotient der für die Lagen 1 und 2 beobachteten Ausschlagsmittel ergibt nun nicht ohne weiteres das Reflexionsvermögen des untersuchten Materiales für die betreffende Wellenlänge. Dieses wäre nur dann der Fall, wenn die auf dem Spectrometerspalt bei beiden Prismenstellungen erzeugten Bilder des Diaphragmas C vollkommen gleiche Grösse hätten, eine Bedingung, die im allgemeinen nicht erfüllt und ohne Hinzunahme complicirter Hilfsreinrichtungen auch nicht erfüllbar sein wird. Die Versuche ergeben daher zunächst nur relative („scheinbare“) Werte des Reflexionsvermögens. Die letzteren lassen sich aber unter Zuhülfenahme der Versuchsergebnisse unserer früher angestellten optischen Messungen ohne weiteres in absolute („wahre“) Werte verwandeln, indem man sie mit einem für jeden einzelnen Spiegel constanten Reductionsfactor

1) In einigen Fällen wurde auch bei $\lambda = 338$ und $316\ \mu\mu$ beobachtet.

von solcher Grösse multiplicirt, dass das Reflexionsvermögen an der Stelle des Spectrums, welche den Ausgangspunkt¹⁾ unserer jetzigen Versuchsreihen bildet, den mittels der photometrischen Methode früher erhaltenen Wert annimmt.

Die Werte für das Reflexionsvermögen sind, falls dasselbe für das untersuchte Material nicht stark mit der Wellenlänge variirt, völlig unabhängig von der Wahl der Spaltbreite. Die letztere wurde infolge davon für die Beobachtungen bei verschiedener Wellenlänge verschieden gewählt und zwar im allgemeinen, wie folgt:

bei	700	500	450	420	385	357	326	305	288	251 $\mu\mu$
zu	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$	1	$1\frac{1}{2}$	3	4	5 mm

In dem Gebiete kurzer Wellenlängen war die Benutzung so grosser Spaltbreiten angängig, da sie bei der ausserordentlich grossen Dispersion für die ultravioletten Strahlen ein ebenso reines Spectrum liefern, wie ein enger Spalt im sichtbaren Spectralgebiet. Nur bei dem Silber ist die Aenderung der Reflexionsvermögens mit der Wellenlänge so gross, dass engere Spaltbreiten benutzt werden mussten. Dieselben betrugen innerhalb des Spectralgebietes 357—305 $\mu\mu$ etwa $1\frac{1}{2}$ mm.

Die Einzelheiten der Versuchsergebnisse für sämtliche Metalle sollen am Schluss erörtert und hier zunächst nur zwei Beispiele einer Beobachtungsreihe im Ultraviolett auszugsweise mitgeteilt werden. Es ist dafür einerseits dasjenige Metall (Silber) gewählt worden, welches in dem genannten Spectralgebiet die ungleichförmigste, und andererseits dasjenige Metall (Platin), welches die gleichförmigste Curve des Reflexionsvermögens besitzt. (Vgl. Tab. 1.)

Die in der Verticalcolumnne für Silber angegebenen „scheinbaren“ Reflexionsvermögen müssen, da mittels der photometrischen Methode früher von uns für Silber bei $\lambda = 500$ der Wert 91,8 Proc. ermittelt worden ist, noch mit $91,8/78,5 = 1,169$ multiplicirt werden. Es folgen dann für die angegebenen vier Wellenlängen als „wahre“ Reflexions-

1) Derselbe war $\lambda = 500 \mu\mu$ für die Untersuchung aller Metalle im Ultraviolett, mit Ausnahme von Silber und Gold, für die, ebenso wie für die Berechnung der Versuche im Ultrarot, $\lambda = 700 \mu\mu$ als Ausgangspunkt gewählt wurde.

Tabelle I.

Hohlspiegel aus	Wellen- länge	Spalt- breite	Galvanometerauschläge						Scheinbares Reflexions- vermögen $\frac{b}{a} \cdot 100$ %		
			„directe“ Strahlung			„gespiegelte“ Strahlung					
			beobachtet	im Mittel a	beobachtet	im Mittel b					
Silber (frisch hergestellt)	500	0,2	257 257	254 263	242 256	255	200 205	188 198	209 —	200	78,5
	338	1	26,8 27,0	25,0 —	22,8 —	25,4	12,9 12,2	12,6 11,3	11,0 —	12,0	47,3
	316	2	13,3 13,0	14,6 14,2	12,0 —	13,4	0,5 0,4	0,6 0,5	0,3 0,6	0,4 ₈	8,6
	251	5	6,0 5,4	6,2 5,3	5,9 —	5,7 ₆	1,9 1,8	1,8 1,7	1,5 1,3	1,6 ₇	29,0
	500	0,2	169 174	173 172	171 —	170,2	84 84	84 —	84 —	84	49,3
Platin	420	0,7	225 232	224 216	221 —	223,6	96 96	99 —	97 —	97	48,8
	357	2	189 190	186 180	194 —	187,8	71 68	71 —	66 —	69	36,7
	251	6	7,3 8,0 7,3	7,2 7,7 6,3	7,8 8,0 —	7,4 ₅	1,9 1,9 2,2	1,9 2,3 —	2,2 2,5 —	2,1 ₈	28,6
	500	0,2	226 239	206 225	226 —	224,4	105 110	113 —	112 —	110	49,5
	(Controlle)										

vermögen des Silbers die Werte 91,8, 55,3, 4,2, 33,9 Proc. Die analoge Umrechnung mit dem Reductionsfactor $58,4/49,4 = 1,185$ giebt für Platin beziehungsweise die Werte 58,4, 51,8, 43,4, 33,8 Proc.

Um uns davon zu überzeugen, dass die im Vorstehenden beschriebene Methode zu richtigen Resultaten führt, haben wir im sichtbaren Spectralgebiet die relativen Werte des Reflexionsvermögens für Silber und Gold ermittelt, die so erhaltenen Zahlen mit dem erforderlichen Reductionsfactor multiplicirt und mit den Ergebnissen unserer optischen Untersuchung für die genannten Metalle verglichen. Es zeigte sich durchweg eine gute Uebereinstimmung zwischen den nach den beiden so sehr verschiedenen Methoden erhaltenen Werten, wie aus nachfolgender Gegenüberstellung der auf beide Weisen erhaltenen Zahlen hervorgeht:

	Benutzte Methode	450	500	550	600	650	700 $\mu\mu$
Silber {	Photometrie	90,6	91,8	92,5	93,0	93,6	94,6
	Wärmestrahlung	90,4	90,8	92,8	92,2	93,4	94,6
Gold {	Photometrie	36,8	47,3	74,7	85,6	88,2	92,3
	Wärmestrahlung	31,3	46,8	73,2	83,3	89,5	92,3

Besonders beweiskräftig hierfür sind die Versuche mit dem Goldspiegel, da hier die Grösse des Reflexionsvermögens vom Blau bis zum Rot nahezu im Verhältnis 1:3 variirt und die beobachteten Abweichungen auf kleine Einstellungsfehler am Teilkreis zurückzuführen sind. Eine die Grenzen der Beobachtungsfehler überschreitende Abweichung findet sich nur bei der Wellenlänge 450 $\mu\mu$. Der Grund hierfür liegt hauptsächlich in der Unsicherheit, welche der Photometrie im violetten Teil des Spectrums wegen der oben bereits angegebenen Gründe naturgemäss anhaftet.¹⁾ Man wird daher die nach der neuen Methode im Violett ($\lambda = 450$) erhaltenen Werte als die besseren anzusehen haben.

II. Ultraroter Teil.

Wie bereits in der Einleitung (p. 3 Abs. 2) erwähnt wurde, ist unsere Methode für das ganze Spectralgebiet an-

1) Vgl. E. Hagen u. H. Rubens, Ann. d. Phys. 1. p. 366 (unten), 1900.

wendbar und gestattet das „wahre“ Reflexionsvermögen eines Spiegels für *alle* Wellenlängen zu ermitteln, sobald man dasselbe für eine einzelne dieser Wellenlängen, deren Wert alsdann den Anschlusspunkt bilden soll, zuvor auf photometrischem Wege (absolut) bestimmt hat. Voraussetzung ist dabei nur, dass der für diese Wellenlänge abgeleitete Reductionsfactor, welcher gleich dem Verhältnis des früher ermittelten „wahren“ zu dem jetzt gewonnenen „scheinbaren“ Reflexionsvermögen ist, auch für *alle anderen* Wellenlängen Gültigkeit hat. Das aber hängt lediglich davon ab, ob die von den „directen“ und den „gespiegelten“ Strahlen auf dem Spectrometerspalt gelieferten Bilder für eine gegebene Versuchsanordnung stets die gleiche Grösse haben, d. h. innerhalb welches Wellenlängengebietes der als Projectionssystem benutzte Quarz-Flussspat-Achromat (*H* in Fig. 1) als achromatisch angesehen werden kann. Das genannte Linsensystem war von der Firma C. Zeiss in Jena so berechnet, dass es für $\lambda = 300 \mu\mu$ am besten corrigirt war. Die nachstehende Tab. 2 enthält nun in der obersten Reihe die Wellenlängen, in der zweiten und dritten Reihe die zugehörigen Brechungsexponenten, und in der letzten Reihe die aus den Brennweiten der einzelnen drei Linsen des Systems durch Rechnung gefundenen Brennweiten für die verschiedenen Wellenlängen zwischen 186 und 2500 $\mu\mu$. Man erkennt, dass das System für Wellenlängen bis 1500 $\mu\mu$ als völlig ausreichend achromatisch anzusehen ist, erst für $\lambda = 2000$ und $\lambda = 2500 \mu\mu$ ergeben sich erhebliche Abweichungen. Es folgt daraus, dass unsere für das Ultraviolett benutzte Versuchsanordnung unmittelbar auch für das *Ultrarot* anwendbar war. Es war dazu nur notwendig, den mit Wasser gefüllten Quarztrog *D* zu entfernen. Die Methode gestaltete sich dabei insofern wesentlich einfacher, als es hier nicht mehr erforderlich war, eine elektrische Bogenlampe als Lichtquelle zu benutzen. Dieselbe wurde daher für die Versuche im Ultrarot durch einen frei brennenden Nernst'schen Glühkörper ersetzt.

Als ein Beispiel einer Beobachtungsreihe im Ultrarot dienen folgende auszugsweise für einige Wellenlängen mitgetheilten Versuchsdaten für Gold. (Vgl. Tab. 3.)

Tabelle 2.

$\lambda =$	186	360	656	1000	1500	2000	2500 $\mu\mu$
n (Quarz)	1,6750	1,5685	1,5418	1,5352	1,5287	1,5211	1,5120
n_1 (Flusspat)	1,5094	1,4455	1,4325	1,4290	1,4265	1,4241	1,4212
Brennweite in mm	150,2	150,3	151,3	149,7	149,4	147,1	144,6

Tabelle 3.

Hohl- spiegel aus	Wellen- länge $\mu\mu$	Spalt- breite mm	Galvanometerausschläge						Scheinbares ¹⁾ Reflexions- vermögen $\frac{b}{a} \cdot 100$ %		
			„directe“ Strahlung		„gespiegelte“ Strahlung						
			beobachtet	im Mittel a	beobachtet	im Mittel b					
{ Gold	700	0,15	88,2	88,3	88,1	88,2	67,0	67,1	67,0	67,0	76,0
	800	0,15	168,0	167,0	166,8	167,3	130,0	131,0	131,5	131,0	78,3
	1000	0,15	235,8	237,0	236,0	236,3	190,0	189,5	189,6	189,7	80,2
	1500	0,15	157,0	156,2	156,5	156,6	125,4	125,6	125,4	125,0	80,3

1) Aus den in der letzten Verticalcolumn angegebenen Zahlen folgt das „wahre“ Reflexionsvermögen durch Multiplication mit dem Reductionsfactor 92,3/76,0.

Tabelle 4.

Reflexionsvermögen in Procenten

für $\lambda =$	251	288	305	316	326	338	357	385
Silber (frisch)	34,1	21,2	9,1	4,2	14,6	55,5	74,5	81,4
Silber (alt)	17,5	14,5	11,2	5,1	8,0	41,1	55,7	65,0
Platin	33,8	38,8	39,8	—	41,4	—	43,4	45,4
Nickel	37,8	42,7	44,2	—	45,2	46,5	48,8	49,6
Stahl (ungehärtet)	32,9	35,0	37,2	—	40,3	—	45,0	47,8
Gold	38,8	34,0	31,8	—	28,6	—	27,9	27,1
Kupfer (galvanisch verkupfert) . . .	—	—	—	—	—	—	—	—
„ (reinstes des Handels) . . .	25,9	24,3	25,3	—	24,9	—	27,3	28,6
Rosse'sche Legirung 68,2 Cu + 31,8 Sn (identisch mit Brashear)	29,9	37,7	41,7	—	—	—	51,0	53,1
Schröder'sche Legirung Nr. 1 66 Cu + 22 Sn + 12 Zn	40,1	48,4	49,8	—	54,3	—	56,6	60,0
Schröder'sche Legirung Nr. 6 60 Cu + 30 Sn + 10 Ag	39,2	42,7	44,7	—	50,1	—	53,0	55,3
Mach'sches Magnalium 69 Al + 31 Mg	67,0	70,6	72,2	—	75,5	—	81,3	83,9
Brandes-Schünemann'sche Legirung 41 Cu + 26 Ni + 24 Sn + 8 Fe + 1 Sb	35,8	37,1	37,2	—	39,3	—	43,3	44,3

Versuchsergebnisse.

Die Mittelwerte aller Ergebnisse der vorstehenden Untersuchung für das *Ultraviolett* und *Ultrarot*, sowie derjenigen unserer früheren (photometrischen) Arbeit und einer Anzahl von gleichfalls auf optischem Wege neuerdings ausgeführten Controlreihen sind in der Tab. 4 zusammengestellt.

Die darin für das Wellenlängengebiet 251—700 μ mitgeteilten Zahlen unterscheiden sich nur bezüglich der Werte für Silber („alt“), Stahl und Kupfer von den bereits früher¹⁾ abgedruckten, und zwar bei dem 3 Jahr alten Silber- und dem Stahlspiegel aus dem Grunde, weil inzwischen noch erneute Bestimmungen des Reflexionsvermögens im sichtbaren

1) E. Hagen und H. Rubens, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 3. p. 173. 1901.

Tabelle 4.

der auffallenden Strahlung.

	385	420	450	500	550	600	650	700	800	900	1000	1200	1500 $\mu\mu$
1,5	81,4	86,6	90,5	91,3	92,7	92,6	93,5	94,6	96,3	—	96,6	—	98,4
5,7	65,0	73,0	81,1	83,9	85,0	86,3	88,6	—	91,6	—	94,4	97,1	98,5
3,4	45,4	51,8	54,7	58,4	61,1	64,2	66,3	69,0	70,3	73,6	75,5	77,7	79,0
8,8	49,6	56,6	59,4	60,8	62,6	64,9	65,9	68,8	69,6	71,6	73,5	76,5	81,4
5,0	47,8	51,9	54,4	54,8	54,9	55,4	55,9	57,6	58,0	—	62,3	67,8	71,9
7,9	27,1	29,3	33,1	47,0	74,0	84,4	88,9	92,3	94,9	96,4	97,1	97,6	97,8
—	—	—	48,8	53,3	59,5	83,5	89,0	90,7	—	—	—	—	—
7,3	28,6	32,7	37,0	43,7	47,7	71,8	80,0	83,4	88,6	91,6	93,0	95,1	94,5
1,0	58,1	56,4	60,0	63,2	64,0	64,3	65,6	66,8	71,5	74,1	74,6	75,4	76,5
6,8	60,0	62,2	62,6	62,5	63,4	64,2	65,1	67,2	71,5	73,2	74,9	76,1	76,5
3,0	55,3	59,6	60,8	62,5	63,6	65,2	66,6	69,4	74,5	74,9	76,0	76,1	77,0
31,2	83,9	83,3	83,4	83,3	82,7	83,0	82,1	83,3	84,3	—	84,1	—	83,6
43,3	44,3	47,2	49,2	49,3	48,3	47,5	49,7	54,9	63,1	—	71,3	—	80,9

Teile des Spectrums für diese Spiegel ausgeführt worden sind, welche eine Umrechnung der Werte für 251—420 $\mu\mu$ notwendig machten.

Für das Kupfer sind in der Tab. 4 zwei Zahlenreihen eingesetzt. Die erste (für 450—700 $\mu\mu$) gilt für einen von C. Zeiss in Jena hergestellten und dann von uns seiner Zeit mit einem dünnen, galvanisch niedergeschlagenen Ueberzug versehenen Kupferspiegel. Die Kupferhaut muss indes allmählich durch das wiederholte Poliren des Spiegels abgerieben worden sein, denn der Spiegel ergibt jetzt für das Reflexionsvermögen kleinere Werte, welche sehr nahezu mit denjenigen übereinstimmen, welche er vor der Verkupferung seiner Zeit ergeben hatte.¹⁾ Aus diesem Grunde ist die zweite Zahlen-

1) Vgl. E. Hagen und H. Rubens, Ann. d. Phys. 1. p. 372. 1900.
Annalen der Physik. IV. Folge. 8.

reihe in der Tabelle als für „reinstes Handelskupfer“ gültig bezeichnet worden.

Das Verhalten der einzelnen Metalle hinsichtlich ihres Reflexionsvermögens im Ultraviolett und im sichtbaren Spectralgebiet ist aus den Figg. 2, 3 und 4 ersichtlich, welche den Inhalt der Tab. 4 von 250—700 $\mu\mu$ in graphischer Form wiedergeben und in welche obigem zufolge für $\lambda = 450 \mu\mu$

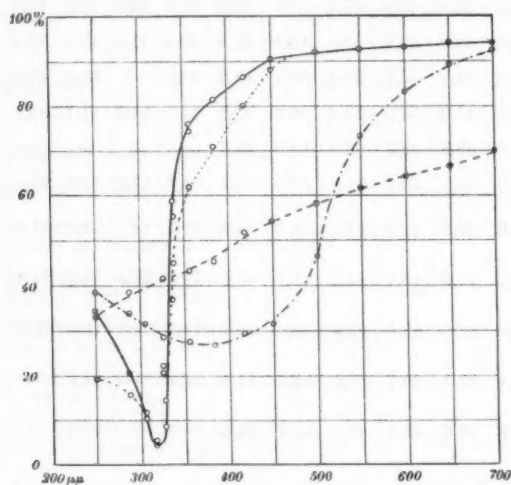


Fig. 2.

— Silber (frisch). - · - · - Gold.
 · · · · · Silber (alt). - - - - Platin.

stets der neu erhaltene Wert des Reflexionsvermögens eingetragen ist.

Die in diesen drei Figuren enthaltenen Curven zeigen, dass das Reflexionsvermögen des Silbers unterhalb der Wellenlänge 450 $\mu\mu$ schnell abfällt und nahe bei 320 $\mu\mu$ ein Minimum von etwa 4 Proc. erreicht, dessen Lage übrigens schon von Hrn. Schumann und von Hrn. Glatzel¹⁾ bei ihren photographischen Versuchen richtig erkannt war. Das Auftreten dieses Reflexionsminimums steht im Einklang mit den

1) l. c.

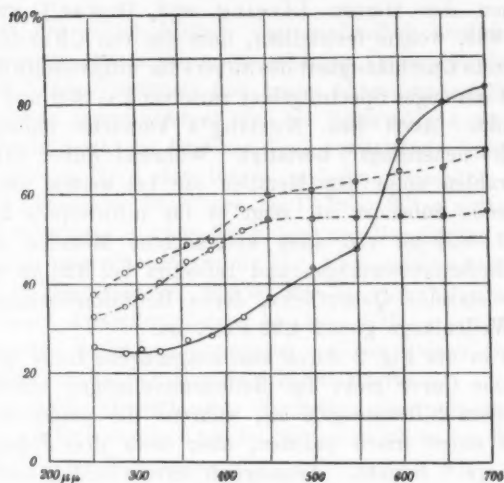


Fig. 3.

— Kupfer.

- - - Nickel.

..... Stahl.

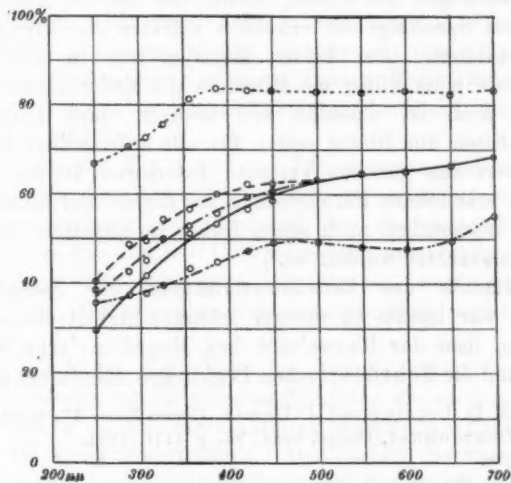


Fig. 4.

..... Magnalium.

- - - Schröder Nr. 6.

— Schröder Nr. 1.

— Rosse (Brashear).

- - - Brandes & Schünemann.

Versuchen der Herren Liveing und Dewar¹⁾ aus dem Jahre 1883, welche feststellten, dass die von Chardonnet²⁾ beobachtete Durchlässigkeit des Silbers für ultraviolette Strahlen sich auf ein enges Spectralgebiet zwischen $\lambda = 309$ und $325 \mu\mu$ beschränkt. Auch Hrn. Nutting's Versuche haben diese Thatsache neuerdings³⁾ bestätigt. Während Silber für sichtbare Strahlen unter den Metallen die bei weitem am besten reflectirende Substanz ist, zeigt es für ultraviolette Strahlen von $250-350 \mu\mu$ von allen untersuchten Metallen das geringste Reflexionsvermögen und reflectirt bei $320 \mu\mu$ weniger als eine einzelne Quarzfläche, deren Reflexionsvermögen bei dieser Wellenlänge gleich 4,92 Proc. ist.

Die in der Fig. 2 durch eine ausgezogene Linie für Silber angegebene Curve giebt das Reflexionsvermögen eines frisch hergestellten Silberspiegels an, während die punktirte Curve sich auf einen frisch polirten, aber etwa drei Jahre alten Silberspiegel⁴⁾ bezieht. Aeusserlich unterscheiden sich beide Spiegel nicht merklich voneinander.

Im Gegensatz zum Verhalten des Silbers zeigt das Reflexionsvermögen des Goldes, ebenso wie das des Kupfers, im sichtbaren Spectralgebiet erheblich stärkere Aenderungen als im Ultraviolett. Bei beiden Metallen tritt im Ultraviolett ebenso wie beim Silber ein Minimum des Reflexionsvermögens hervor, doch ist dasselbe weit weniger stark ausgeprägt. Platin, Eisen und Nickel zeigen für alle untersuchten Strahlen angenähert den gleichen Verlauf. Interessant ist hierbei der deutlich erkennbare Parallelismus der Eisen- und Nickelcurve, welcher bekanntlich auch schon früher im ultraroten Spectralgebiet beobachtet worden ist.⁵⁾

Bezüglich des Reflexionsvermögens der *Spiegelmetalle* (Fig. 4) war bereits in unserer früheren Arbeit darauf hingewiesen, dass das Rosse'sche bez. Brashear'sche Spiegelmetall und die Schröder'schen Legirungen nahezu ein gleiches

1) G. D. Liveing und J. Dewar, Chem. News 47. p. 121. 1883.

2) Chardonnet, Compt. rend. 94. p. 1171. 1882.

3) l. c.

4) Die für einen 3 Jahr alten Silberbelag dargestellte Curve der Fig. 2 bezieht sich auf einen anderen Silberspiegel als den in der Tab. 4 für Silber (alt) angegebenen.

5) H. Rubens, Wied. Ann. 37. p. 265. 1889.

und dem des reinen Nickels ausserordentlich ähnliches Verhalten zeigen, sodass die entsprechenden Curven für den sichtbaren Teil des Spectrums fast genau übereinanderfallen. Im ultravioletten Spectralgebiet sind die Unterschiede grösser und zwar erweist sich die 12 Proc. Zink enthaltende Schröder'sche Legirung Nr. 1 den beiden anderen genannten Spiegelmetallen überlegen. Die Curve der 10 Proc. Silber enthaltenden Schröder'schen Legirung Nr. 6 liegt an allen Stellen zwischen den beiden anderen. Die in die Fig. 4 eingezeichneten Punkte, welche die beobachteten Werte für die Schröder'sche Legirung Nr. 6 darstellen, zeigen bis etwa $325 \mu\mu$ ein rascheres Abfallen des Reflexionsvermögens, welches seinen Grund in dem Silbergehalte der Legirung haben dürfte.

Ein total abweichendes Verhalten zeigt einerseits das Brandes & Schünemann'sche Spiegelmetall und andererseits das Mach'sche Magnalium.

Ersteres besitzt ein verhältnismässig niedriges Reflexionsvermögen. Indes hat sich die von uns schon früher hervor gehobene, vortreffliche Haltbarkeit dieser Legirung auch weiterhin bestätigt. Ein seit dem Januar 1899 in freier Luft aufgehängter derartiger Spiegel, welcher seit dieser Zeit sämtlichen atmosphärischen Einflüssen (Schnee, Regen, Staub) ausgesetzt war, hat sich bezüglich seiner Oberflächenbeschaffenheit kaum geändert.

Wie aus der Fig. 4 und der Tab. 4 weiter ersichtlich ist, zeichnet sich das Magnalium durch ein ausnehmend hohes Reflexionsvermögen aus, welches für das Spectralbereich zwischen $\lambda = 385$ und $\lambda = 1500 \mu\mu$ nahezu constant ist. Unterhalb $385 \mu\mu$ fällt die Curve langsam ab, aber selbst für $\lambda = 251 \mu\mu$ beträgt das Reflexionsvermögen immer noch 67 Proc.

Bezüglich des Verhaltens der Metalle hinsichtlich ihres Reflexionsvermögens für *ultrarote* Strahlen, wie es sich in den in der Tab. 4 für $\lambda = 800$ — $1500 \mu\mu$ mitgetheilten Zahlen ausdrückt, ist wenig hinzuzufügen. Der Verlauf der Erscheinung ist hier ausserordentlich viel gleichförmiger als im sichtbaren und im ultravioletten Spectralgebiet.

(Eingegangen 3. März 1902.)

2. Interferenzröhren für elektrische Wellen; von August Becker.

(Auszug aus der Heidelberger Dissertation.)

§ 1. Einleitung.

Während man über die Ausbreitung der elektrischen Wellen längs Drähten hinreichend unterrichtet ist, haben sich nur sehr wenige mit der Frage nach der Fortpflanzung elektrischer Wellen in Metallröhren beschäftigt. Sieht man von einigen Andeutungen Righi's¹⁾ über diesen Gegenstand ab, so war V. v. Lang²⁾ der erste, der durch Benutzung der von Quincke³⁾ in die Akustik eingeführten Interferenzröhre zur Messung der Längen elektrischer Wellen diese Frage zu beantworten suchte. Seine Versuche wurden von Himstedt⁴⁾ mit einigen Modificationen wiederholt, und Drude⁵⁾ kam zu dem Resultat, dass die Länge der von einem Righi'schen Erreger ausgesandten Wellen, wenn man sie mit Hilfe einer Quincke'schen Interferenzröhre misst, nahezu gleich dem doppelten Durchmesser der Röhre ist.

Eine Wiederholung der v. Lang'schen Versuche führte mich auf dasselbe Resultat, das Drude schon vorher erhalten hat. Ich gebe dasselbe im Folgenden nur deshalb kurz wieder, weil ich die Arbeit von Drude erst im Verlauf meiner Versuche kennen lernte und daher die Anordnung derselben von derjenigen Drude's etwas abweicht; ferner scheint es mir für die Theorie von Vorteil zu sein, das Verhältniß der gemessenen Wellenlängen zum Durchmesser der benutzten Röhren aus mehreren mit verschiedenen Röhrendurchmessern angestellten Versuchen entnehmen zu können.

1) A. Righi, Die Optik der elektrischen Schwingungen, deutsch von Dessau, p. 135. 1898.

2) V. v. Lang, Wied. Ann. 57. p. 430. 1896.

3) G. Quincke, Pogg. Ann. 128. p. 175. 1866.

4) F. Himstedt, Ber. d. Naturf.-Gesellsch. Freiburg, 11. p. 33.

5) P. Drude, Wied. Ann. 65. p. 481. 1898.

Auf Anregung meines hochverehrten Lehrers stellte ich dann Versuche mit einer anderen ebenfalls von ihm in die Akustik eingeführten Interferenzröhre, der T-Röhre¹⁾, an. Da dieselbe schon für akustische Versuche als der einfachste Apparat zur Erzielung von Interferenzen angesehen wurde, so versprach ihre Anwendung für elektrische Wellen grössere Bequemlichkeit als mit der von V. v. Lang eingeführten Interferenzröhre. Es zeigten sich bei ihr analoge Erscheinungen wie bei dieser, und ausserdem giebt sie ein geeigneteres Mittel zur Bestimmung der Dielektricitätsconstanten — vornehmlich flüssiger Isolatoren — da es dabei nicht nötig wird, dieselben in genau den Dimensionen der Röhre angepassten Trögen zu verwenden.

Der einfacheren Bezeichnung halber sei im Folgenden die von V. v. Lang benutzte Röhre kurz „Interferenzröhre“ genannt im Gegensatz zu den von mir eingeführten „T-Röhren“.

I. Interferenzröhre.

§ 2. Versuchsanordnung.

Da es mir auffiel, dass Himstedt in der Beschreibung der Versuchsanordnung zur Demonstration von Interferenzerscheinungen mit der Quincke'schen Interferenzröhre erwähnt, er habe nicht, wie v. Lang, durch einfaches Aneinanderfügen der Metallteile von Erregerkasten, Röhre und Empfängerkasten merkbare Interferenz durch Veränderung der Länge des Auszuges der Röhren erhalten können, so suchte ich zur Erklärung dieser Erscheinung möglichst seine Anordnung beizubehalten.

Der Erreger befand sich in einem Zinkkasten, der einen weit übergreifenden Deckel besass, ausserdem an der Rückwand zwei enge Oeffnungen, durch welche die Drähte zum Erreger isolirt eingeführt wurden. In der Mitte der Vorderwand war über einer 8,5 cm weiten Oeffnung eine 34,6 cm lange Zinkröhre angesetzt; dieselbe verengerte sich in 29 cm Abstand vom Kasten auf 6 cm Durchmesser, um durch ein

1) G. Quincke, Pogg. Ann. 128. p. 177. 1866.

gleichweites Ansatzstück mit der Interferenzröhre verbunden zu werden.

Als Empfänger benutzte ich mehrere verschiedene Cohärer. Dieselben lagen horizontal vor der Mitte der an einem grossen Kasten aus Weissblech auf der Vorderseite angebrachten Oeffnung von 6 cm Durchmesser. Statt die Ausschläge einer Galvanometernadel als Maass für die den Cohärer treffende Strahlungsenergie zu benutzen, wie es V. v. Lang that, wurde der Strom von drei kleinen Accumulatoren durch den Cohärer, einen eingeschalteten variablen Widerstand und die Windungen eines empfindlichen Relais geleitet. Wurde durch Verminderung des Widerstandes im Cohärer der Anker am Relais angezogen, so wurde dadurch ein zweiter Strom geschlossen, der von einem grösseren Accumulator geliefert war und den Hammer einer elektrischen Klingel so lange in Bewegung setzte, bis eine Erschütterung des Cohäriers durch leichtes Klopfen mit einem dünnen Holzstäbchen den Widerstand im Cohärer vergrösserte und dadurch den Metallcontact am Relais aufhob.

Als Stromquelle für den Erreger benutzte ich ein Inductorium, das in Luft 2—3 cm lange Funken gab, wenn es durch drei grosse Accumulatoren gespeist wurde.

Dieses Inductorium war direct hinter dem Erregerkasten aufgestellt und durch kurze gerade Drähte mit dem Erreger verbunden. Es zeigte sich, dass ein Abschirmen oder weiteres

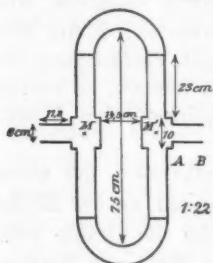


Fig. 1.

Entfernen desselben vom Empfänger nicht notwendig war; sogar eine kleine Oeffnung am Deckel des Empfängerkastens zum Einführen des Holzstäbchens brachte bei dieser Anordnung keine Störung.

Es wurden zwei Interferenzröhren mit verschiedenen Dimensionen untersucht. Beide besaßen nach den Erfahrungen des Hrn. v. Lang angebrachte würfelförmige Kästchen an den Verzweigungsstellen der Röhren. Die Di-

mensionen der *weiten* Röhre sind aus der obenstehenden Fig. 1 zu entnehmen.

Die *enge* Interferenzröhre hatte 3,1 cm Rohrdurchmesser mit Würfelkästchen von 5 cm Höhe, Breite und Länge. Der

Abstand der Kastenmitten MM' , über den Auszug im Innern der Röhren gemessen, betrug 83,5 cm, und die Schenkel konnten um 19 cm wirksam verschoben werden. Beide Röhren waren aus Zinkblech und besaßen 11,3 bez. 11,0 cm lange Ansätze AB zur metallischen Verbindung mit den gleichweiten Rohrstücken am Erreger- und Empfängerkasten.

§ 3. Erreger.

Es wurden verschiedene Erreger verwendet, deren wirksame Funken teils in Luft, teils in Paraffinöl übersprangen. Einige derselben gebe ich hier an:

*Erreger I.*¹⁾ In der horizontalen Brennnlinie eines parabolischen Hohlspiegels aus vernickeltem Metallblech lag ein Ebonitcylinder, der die vier Kugeln des Senders enthielt. Die beiden inneren eigentlichen Erregerkugeln von conischer Form waren 3,65 cm lang und ragten zur Hälfte in einen kleinen Hohlraum der Ebonitfassung, der mit Paraffinöl gefüllt war. Zwei kleinere äussere Kugeln standen diesen gegenüber; von ihnen führten dünne Drähte im Innern von Ebonitröhren zu den Polen des Inductoriums.

Erreger II. Zwei hohle vernickelte Messingkugeln von je 3,85 cm Durchmesser trugen an schwach gebogenen 4,5 cm langen und 5,06 mm dicken Messingstangen zwei kleinere Kugeln von je 1,28 cm Durchmesser; zwischen diesen sprang

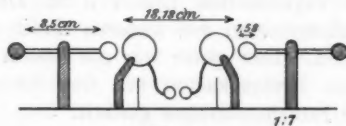


Fig. 2.

der Erregerfunke im Oel über. Die beiden an 8,5 cm langen Messingstäbchen befestigten hohlen Zuleitungskugeln hatten 1,58 cm Durchmesser. In ihrer unmittelbaren Nähe wurden die vom Inductorium kommenden Kupferdrähte an den Messingstäbchen befestigt.

1) E. Ernecke, Ueber elektr. Wellen. Exp.-Vortrag im Naturw. Ferienkurs Berlin, 2. October 1897, p. 3.

Erreger III. Derselbe entsprach genau dem von Hertz¹⁾ zur Erzielung kurzer Wellen benutzten Sender. Er hatte die Gestalt eines massiven cylindrischen Messingkörpers von 1,95 cm Durchmesser und 26 cm Gesamtlänge, der in der Mitte durch eine Funkenstrecke unterbrochen war, deren Pole beiderseits durch Kugelflächen von 2,07 cm Radius gebildet wurden. Die Zuleitungsdrähte mündeten am Grunde dieser Kugeln. Dieses Erregersystem war in eine weitere Glasröhre eingeschlossen und durch Korke, durch welche man die Messingstiele steckte, festgehalten. Die Glasröhre wurde mit Paraffinöl gefüllt; eine in ihrer Mitte angefügte, etwa 2 cm weite Röhre führte die sich bildenden explosiven Gase nach aussen.

Erreger IV. Eine Hohlkugel aus Zink mit 5 cm Durchmesser war mittels einer Elfenbeinschraube auf ihrer Unterlage befestigt. Als Zuleitungskugeln waren auf 6,3 cm langen Messingstäbchen zwei Zinkkugeln von 1,98 cm Durchmesser aufgeschraubt.

Erreger V. Drei massive, in gleicher Höhe stehende Zinkkugeln von je 3 cm Durchmesser dienten als Erregerkugeln; mit dem Inductorium waren zwei Zuleitungskugeln von je 1,05 cm Durchmesser verbunden. Es gingen hierbei vier Funken continuirlich über.

Erreger VI. Derselbe entsprach dem von Hertz²⁾ in einem grossen Teil seiner Untersuchungen benutzten Plattensender. Zwei 41 cm lange, 0,72 cm dicke Messingstangen trugen an den zugewandten Enden 3 cm Durchmesser besitzende Messingkugeln, an den anderen Enden $39,9 \times 39,9$ cm grosse Zinkplatten. Das ganze war auf einem Brett montirt und wurde ohne Erregerkasten mit den Kugeln direct vor den Ansatz der Interferenzröhre gestellt.

§ 4. Cohärer.

Da von vornherein die Wirkung des Cohärers als Resonator nicht ausgeschlossen schien, so wurden mehrere Cohärer von verschiedener Grösse und verschiedener Metallfüllung benutzt.

1) H. Hertz, Wied. Ann. 36. p. 769. 1889.

2) H. Hertz, Wied. Ann. 34. p. 551. 1888.

Cohärer A. Derselbe bestand aus einer 15 cm langen, 2 cm weiten Glasröhre, die nach den Angaben v. Lang's mit kleinen Eisenschrauben von 0,065 g Gewicht auf etwa dreiviertel des Inhaltes angefüllt war. Die Enden der Röhre wurden durch Korke mit glatt polirten Messingbacken geschlossen.

Cohärer B. War dem ersten Cohärer analog; seine Länge betrug nur 4 cm.

Cohärer C. Rotgusscohärer von 9,5 cm Länge, den ich der Güte des Hrn. Geh. Oberpostrat Dr. Strecker in Berlin verdankte. Der Strom wurde durch blanke Kupferdrähte, die durch die verschliessenden Korke eingesteckt waren, zu- und abgeleitet.

Cohärer D. Derselbe war ebenfalls ein Rotgusscohärer von 7,8 cm Länge mit blanken Messingdrähten als Pole.

Die angeführten Cohärer wurden im Verlauf meiner Untersuchungen nur so lange verwendet, als es galt, deren Einfluss auf die gemessene Wellenlänge zu finden. Alle anderen Versuche wurden mit dem grossen Schraubencohärer ausgeführt, der nach Einschaltung von 38Ω Ballastwiderstand die genauesten und sichersten Resultate lieferte.

§ 5. Messungen.

Die im Folgenden angegebenen Resultate wurden dadurch erhalten, dass die betreffenden Erreger in variablem Abstand a von der Oeffnung in den Erregerkasten gebracht wurden. Der während einer Beobachtungsreihe constante Auszug der Interferenzröhre sei mit S_2 , der variable mit S_1 bezeichnet. Es wurde für ein festes S_2 jedesmal die Lage von S_1 notirt, für welche die Klingel im Empfängerkasten nicht ansprach. Mit einiger Sorgfalt konnte das Relais und die Pressung des Metallfeilichts im Cohärer derart regulirt werden, dass ein scharfes Minimum von nicht mehr als 1—2 mm Breite auftrat.

Ehe ich zu definitiven Messungen schritt, stellte ich die Anordnung von Himstedt dadurch her, dass zwischen Geber und Interferenzröhre sowie zwischen dieser und dem Empfänger eine Luftstrecke von je 20 cm eingeschaltet wurde, innerhalb deren je ein grösserer Metallschirm aufgestellt war, der in gleicher Höhe mit den Röhren 2,5 cm weite Oeffnungen besass.

Vom Cohärer wurde dann ein isolirter Draht in der Rohraxe bis zur Mitte des benachbarten Würfelkästchens entlang geführt. Während Himstedt mit dieser Anordnung brauchbare Resultate erhielt, konnte ich nie ein Ansprechen der Klingel wahrnehmen. Es liesse sich daraus vielleicht die Erscheinung dadurch erklären, dass wohl Himstedt ein viel grösseres Inductorium hatte, was ich aus der Benutzung eines rotirenden Quecksilberunterbrechers schliesse, sodass die den Cohärer treffende Strahlung auch für die Minimumstellung intensiv genug war, den Widerstand des Cohäriers bedeutend zu verringern. Durch Einführung der Luftstrecke wäre die Energie abgeschwächt worden, sodass die Minima hervortreten konnten. Es schien mir die Erscheinung dadurch erklärlich; ich verfolgte dieselbe daher nicht weiter, sondern fügte die Röhren alle nach dem Beispiel V. v. Lang's metallisch aneinander.

Mit dieser Anordnung konnte genau gemessen werden. Die Dauer des Stromschlusses wurde nicht peinlich constant gehalten, da die Empfindlichkeit des Cohäriers derart geregelt war, dass auch bei längerem Stromschluss die Klingel in den Minimumstellungen von S_1 nicht ansprach. Gerade durch Variiren der Dauer des Stromschlusses in der Nähe dieser Stellungen war ein scharfes Einstellen ermöglicht, da für die genaue Lage des Minimums selbst bei minutenlangem Stromschluss die Klingel in Ruhe blieb. Andererseits gab ein kurzer Stromschluss oft unregelmässige Resultate, da die Funken des Oscillators bei ihrer raschen Aufeinanderfolge, wie schon Righi¹⁾ bemerkte, Wellen von ungleicher Intensität aussenden, was nur durch längeren Schluss des Primärstromes compensirt wird.

Die folgenden Resultate sind Mittelwerte aus 5—8 gut übereinstimmenden Beobachtungen.

Tabelle 1.
Erreger II. Grösser Schraubencohärer A.
 $S_2 = 0.$

S_1	2,55	7,50	12,19	17,40 cm
$\lambda/2$	4,95	4,69	5,21 cm	

Wellenlänge im Mittel: $\lambda = 9,90$ cm.

1) A. Righi, l. c. p. 35.

Tabelle 2.

Erreger III. Schraubencohärer A.

$S_2 = 0.$

S_1	2,68	7,74	12,6 cm
$\lambda/2$	5,06	4,86 cm	

Wellenlänge im Mittel: $\lambda = 9,92$ cm.

Tabelle 3.

Erreger IV. Schraubencohärer A.

$S_2 = 0.$

S_1	2,56	7,42	12,13	17,12 cm
$\lambda/2$	4,86	4,71	4,99 cm	

Wellenlänge im Mittel: $\lambda = 9,70$ cm.

Tabelle 4.

Erreger V. Schraubencohärer A.

$S_2 = 0.$

S_1	2,50	7,55	12,46 cm
$\lambda/2$	5,05	4,91 cm	

Wellenlänge im Mittel: $\lambda = 9,96$ cm.

$S_2 = 0.$

S_1	2,55	7,60	12,50 cm
$\lambda/2$	5,05	4,90 cm	

Wellenlänge im Mittel: $\lambda = 9,95$ cm.

$S_2 = 6$ cm.

S_1	3,47	8,47	13,50 cm
$\lambda/2$	5,0	5,03 cm	

Wellenlänge im Mittel: $\lambda = 10,03$ cm.

Tabelle 5.

Erreger VI. Schraubencohärer A.

$S_2 = 0.$

S_1	2,53	7,53 cm
$\lambda/2$	5,0 cm	

Wellenlänge im Mittel: $\lambda = 10,0$ cm.

Enge Interferenzröhre.

Tabelle 6.

Erreger IV mit Kugeln von 3 und 1 cm Durchmesser.

 $S_2 = 0$. Schraubencohärer A.

S_1	1,50	4,44	6,45 cm
$\lambda/2$	2,64	2,31 cm	

Wellenlänge im Mittel: $\lambda = 4,94$ cm.

Tabelle 7.

Erreger IV mit Kugeln von 2 und 1 cm Durchmesser.

 $S_2 = 0$. Schraubencohärer A.

S_1	1,37	4,17	6,40 cm
$\lambda/2$	2,80	2,23 cm	

Wellenlänge im Mittel: $\lambda = 5,03$ cm.

Die Messungen mit dieser Röhre waren viel schwieriger, da die Energie der Strahlung stark beeinträchtigt wurde.

Es geht aus den Beobachtungen in Uebereinstimmung mit Drude hervor, dass die gemessene Wellenlänge von den Dimensionen und der Form der Erreger unabhängig ist.

Um zu entscheiden, ob die Länge der durchlaufenen Rohrstrecke auf die Wellenlänge von Einfluss ist, wurde sowohl die Länge eines die Interferenzröhre mit dem Senderkasten verbindenden 6 cm weiten Zwischenstückes als auch die Länge der Interferenzröhre selbst dadurch continuirlich geändert, dass für die einzelnen Bestimmungsreihen der Auszug S_2 vergrößert wurde.

Es ergab sich dabei für jede Lage von S_2 eine Wellenlänge von etwa 9,94 cm.

Die Gesamtlänge der Interferenzröhre hat danach keinen wesentlichen Einfluss auf die gemessene Wellenlänge.

Abblendende Diaphragmen in den Röhren wurden nicht benutzt, da sich ergab, dass dieselben nur eine bedeutende Schwächung der durchtretenden Energie herbeiführten, die Reinheit der Messung aber nicht beeinflussten. Ebenso war die Einstellung von S_1 weniger leicht, wenn in den beiden Zinkkästchen der Interferenzröhre je ein Winkelspiegel aus Zinkblech derart aufgestellt wurde, dass die auffallenden Wellen direct in die Verzweigungen reflectirt wurden.

Ich untersuchte ferner den Einfluss der Cohärer und fand keine wesentliche Aenderung der Wellenlänge.

Eine Resonanzwirkung des Cohäriers ist also ausgeschlossen. Ich ziehe aus den vorhergehenden Beobachtungen den Schluss:

Mit der verzweigten Interferenzröhre werden nur solche Wellenlängen gemessen, die zu ihren Querdimensionen in ganz bestimmtem Verhältnis stehen.

Ich gebe die bis jetzt erhaltenen Resultate über Messungen mit der Interferenzröhre von V. v. Lang, Drude und mir übersichtlich an:

Rohrdurchmesser $2 R$	Wellenlänge $\lambda / 2$	λ $4 R$
v. Lang.		
5,9 cm	4,4 cm	0,745
4,95 cm	4,26 cm	0,860
Drude. ¹⁾		
4,7 cm	4,5 cm	0,957
2,0 cm	2,25 cm	1,125
Becker.		
6,0 cm	4,98 cm	0,830
3,1 cm	2,49 cm	0,803

Ob die obigen Resultate von vornherein miteinander verglichen werden dürfen, scheint mir insofern zweifelhaft, als man wohl den Einfluss abblendender Diaphragmen noch nicht genügend kennt und die verschiedenen Versuche sich nicht nur durch die Dimensionen der Interferenzröhren, sondern auch durch mehr oder weniger willkürlich eingefügte Diaphragmen unterscheiden. Nach Drude wäre die halbe Wellenlänge annähernd dem Durchmesser der Interferenzröhre gleich. Seine Untersuchungen unterscheiden sich indes von den anderen dadurch, dass er keine würfelförmigen Kästchen hatte, die nach den Erfahrungen v. Lang's eine wesentliche Rolle zu spielen scheinen. Bei meinen Versuchen ist auffallend, dass die gemessene Wellenlänge fast genau der Seitenlänge dieser Kästchen war, welche für die beiden Röhren 9,98 bez. 4,9 cm betrug. Das Resultat Drude's würde damit nicht in Widerspruch stehen. Indessen lassen die wenigen Beobachtungsergebnisse in dieser Richtung noch keinen Schluss zu.

1) P. Drude, Wied. Ann. 65. p. 481. 1898.

§ 6. Interferenzröhre als Polarisator.

Um nach der Methode v. Lang's¹⁾ die Dielektricitätsconstanten flüssiger Isolatoren zu bestimmen, stellte ich die Schenkel der Interferenzröhre vertical. Auf diese Weise glaubte ich den unteren Teil mit der betreffenden Flüssigkeit füllen zu können, um dann, falls keine zu grosse Absorption der Wellen stattfände, die Verschiebung der Maxima und Minima, die durch Ersetzen einer entsprechenden Luftstrecke durch die Flüssigkeit hervorgerufen wurde, zu messen. Es zeigte sich aber, dass die Röhre in verticaler Stellung keine Strahlen durchliess, auch wenn beide Schenkel nur mit Luft gefüllt waren. Eine Drehung der Cohärer änderte an der Erscheinung nichts. Eine Drehung der Interferenzröhre nach der Horizontalen zu gab unter einem bestimmten Winkel wieder Ansprechen der Klingel, bis bei genau horizontaler Lage das Maximum der Erregung im Cohärer erreicht war. Man hat sonach die Interferenzröhre als Polarisationsapparat anzusehen, der nur solche Schwingungen hindurchlässt, die parallel zur Ebene der Röhre erfolgen; unter einem gewissen Winkel kann dann nur die nach der geneigten Ebene genommene Componente der Schwingung durchtreten. Die elektrischen Schwingungen gehen parallel zur Axe des Oscillators vor sich und erfolgen nach den Untersuchungen von Trouton²⁾ und Righi³⁾ in Uebereinstimmung mit der Forderung der elektromagnetischen Lichttheorie senkrecht zur Polarisationsebene. Diese ist also durch die Ebene gegeben, die man durch die verticale Interferenzröhre und die Fortpflanzungsrichtung der Welle legen kann.

Es ist dadurch ein Mittel gegeben, die Schwingungsrichtung eines Oscillators zu bestimmen. Ausserdem lässt sich die Energie der in die Röhre einfallenden Wellenbewegung oder die Amplitude derselben messen, die z. B. bei gleichbleibendem Erreger durch vorgelegte absorbirende oder reflectirende Substanzen oder durch Abzweigung der Zuleitungs-

1) V. v. Lang, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien, Mathem.-Naturw. Kl. 104. Abt. IIa.

2) F. T. Trouton, Nature 39. p. 393. 1889.

3) A. Righi, l. c. p. 142.

röhren geändert werden kann. Versuche bestätigten, dass der Grenzwinkel des Ansprechens der Klingel für constant bleibende Anordnung der Apparate annähernd derselbe bleibt; mit der Amplitude der Schwingung ändert er sich. Die Interferenzröhre gestattet auf diese Weise alle Energiemessungen, die Righi¹⁾ mit seinen empfindlichen Resonatoren ausführte.

Ich nenne die Amplitude, die nach dem Durchtreten der Schwingung durch die Interferenzröhre gerade keine Wirkung

mehr auf den Cohärer auszuüben vermag, μ , die Amplituden zweier beliebiger einfallenden Schwingungen A_α und A_β ; RS gebe die Richtung der Oscillatoraxe und $G_\alpha 0$ und $G_\beta 0$ die Neigung der gedrehten Interferenzröhre für die

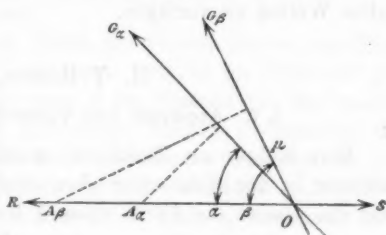


Fig. 3.

Grenze des Ansprechens bei den beiden Wellenzügen an. Für constantes μ besteht dann die Relation:

$$\frac{A_\alpha}{A_\beta} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}.$$

In meinen Versuchen, für die μ constant blieb, betrug der Grenzwinkel für den Erreger II $\alpha = 62^\circ$ und bei demselben Abstand für den Erreger IV $\beta = 39^\circ$.

Die Intensitäten standen daher im Verhältnis:

$$\frac{A_\alpha^2}{A_\beta^2} = \frac{1,655^2}{1} = 2,74.$$

Besass der Erreger IV eine massive Zinkkugel von 4 cm Durchmesser, so war $\beta = 45^\circ$. Wurde die Schwingungsebene dieses Erregers um -15° gedreht, so betrug der Grenzwinkel für das Ansprechen $+30^\circ$; auch hieraus folgt $\beta = 45^\circ$.

Das Verhältnis der Intensitäten wäre in diesem Falle:

$$\frac{A_\alpha^2}{A_\beta^2} = \frac{0,707^2}{0,469^2} = 2,27.$$

1) A. Righi, l. c. p. 33.

Die Messungen gaben bis auf halbe Grade genaue Resultate. Nimmt man an, dass die vom Erreger ausgehende Schwingung streng geradlinig polarisirt ist, so ist durch die Zusammenstellung von drehbarem Erreger und drehbarer Interferenzröhre ein analoger Apparat für elektrische Wellen geschaffen, wie es der aus polarisirendem und analysirendem Nicol bestehende Polarisationsapparat für Lichtschwingungen ist. Man hat hier noch den Vorteil, sofort über homogen gefärbte Wellen zu verfügen.

II. T-Röhre.

§ 7. Apparate und Versuchsanordnung.

Eine Röhre aus Zinkblech wurde über einer seitlichen Oeffnung in der Mitte einer eben solchen Röhre angelötet, sodass das Ganze die Form eines T hatte. In erstere, die im

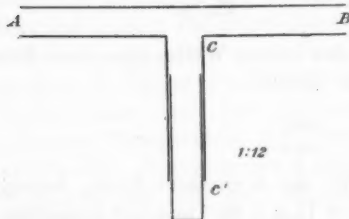


Fig. 4.

Folgenden als Ansatzröhre bezeichnet sei, konnte eine genau anschliessende Zinkröhre, die mit einem Boden aus Zinkblech versehen war, eingeschoben und dadurch die für die Wellen in Betracht kommende Länge im Innern des Ansatzes beliebig verändert werden.

Die Erfahrung ergab, dass an der Verzweigungsstelle C ein würfelförmiges Kästchen eingefügt werden musste, wie es bei meinen früheren Interferenzröhren der Fall war.

Vor der Oeffnung B stand der Erreger, und das Ende A war mittels eines Zwischenstückes mit dem kurzen Ansatzrohr eines kleinen Empfängerkastens verbunden. Die Intensität der Strahlung wurde durch die Ausschläge einer Galvanometernadel gemessen.

Zu den definitiven Messungen wurden zwei T-Röhren benutzt. Der Durchmesser der weiten Röhre betrug 6,1 cm die innere Seitenlänge des Würfelkastens 10 cm und die Länge der an diesen angesetzten Röhren $A = 23,5$ cm, $B = 23,5$ cm, $CC' = 10,3$ cm. Die Querdimensionen der

zweiten T-Röhre betrug $\frac{2}{3}$ derjenigen der weiten, die Längen der Röhren blieben dieselben. Die Einschiebröhren waren derart gefertigt, dass man damit jeden Auszug von 0 bis etwa 20 cm erzielen konnte. Man schob dieselben mit dem Boden nach Innen so weit ein, bis die Wand des Würfels bei *C* eben war — der Auszug ist dann 0. Durch Ausziehen der Röhre konnte dann jeder Auszug bis 10 cm, durch Umkehren derselben und weiteres Ausziehen mit dem Boden nach Aussen bis 20 cm erreicht werden.

Als Empfängerkasten diente ein kleiner Kasten aus Zinkblech von 16 cm Länge und Breite und 15 cm Höhe mit gut schliessendem Deckel. In etwa 3 cm Abstand von der inneren Oeffnung im Kasten lag auf einem kleinen Holzständer der benutzte Cohärer. Gegen die benachbarte Wand lehnte eine Galvanometerspule von $18,6 \Omega$ und 522 Windungen an. Cohärer und Spule wurden vom Strom eines kleinen Accumulators ohne Ballastwiderstand durchflossen. In der Verlängerung der Axe der Spule war in 18 cm Abstand von der äusseren Wand des Empfängerkastens ein empfindliches Magnetometer mit guter Kupferdämpfung und Spiegelablesung möglichst erschütterungsfrei aufgestellt. Die Ablenkungen der Nadel wurden an der Bewegung des Lichtstiftes einer Petroleumlampe, der vom Spiegel auf eine 87 cm entfernte Scala geworfen wurde, gemessen.

Als Empfänger erwies sich ein sogenannter Marconicohärer mit Silberelektroden und Silber-Nickel-Feilicht als vorteilhaft. Die Benutzung der früher angeführten Cohärer für diese Zwecke ergab weniger grosse und vor allem weniger gleichmässige Ausschläge.

Sieht man für den Augenblick von der beigezeichneten verzweigten Interferenzröhre ab, so giebt nachstehende Skizze (vgl. Fig. 5) die definitive Anordnung der Apparate an.

Ich fand die Differenzen der Ausschläge untereinander für verschiedene Lagen von *C* viel kleiner als bei Messungen mit der verzweigten Interferenzröhre. Ich schaltete nun der T-Röhre die früher benutzte Interferenzröhre vor und erhielt auf diese Weise bedeutend grössere Differenzen der Ausschläge. Ich musste daher annehmen, dass die T-Röhre zwar eine Sichtung der auftreffenden Wellen vornimmt, trotzdem

aber noch Wellen durchlässt, deren Länge von der gemessenen etwas verschieden wäre, sodass ein vollständiges Vernichten des einen Wellenzuges durch Interferenz unmöglich ist. Die

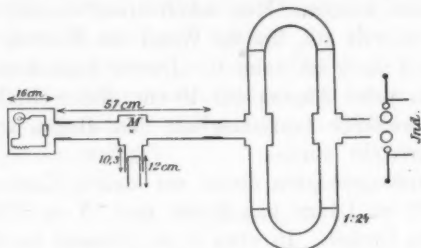


Fig. 5.

derart ergänzte Anordnung der Apparate ist durch Fig. 5 dargestellt. Inwieweit hierbei die Intensität der direct den Cohärer treffenden Wellen eine Rolle spielt, wird sich später zeigen.

§ 8. Messungen.

C giebt den Auszug der Einschiebröhre, α das Mittel aus je fünf hintereinander abgelesenen Ausschlägen an. Bei $C = 0$ berührte der Boden die benachbarte Würfelwand, bei $C = \infty$ fehlte das Einschiebstück ganz, der Ansatz CC' war also offen. a ist der Abstand der Erregermitte von der Rohröffnung.

Tabelle 8.

T-Röhre. Erreger II ohne vorgeschaltete Interferenzröhre.

C	∞	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
α	23,3	22,4	24,9	27,4*	25,7	21,6	*16,6	25,4	28,1*	26,2	21,4
$\alpha \dagger$	—	26,6	26,1	26,2	22,2	21,6*	21,9	23,6	25,2	—	—

Mittel $\lambda/2 = 5,0$ cm.

\dagger) Hierbei war ein Trichter von 14,3 cm vorderer und 6 cm hinterer Oeffnung bei 10 cm Länge vorgesetzt.

Die Maxima und Minima sind hier und in allen folgenden Tabellen mit * bezeichnet.

Die Wellenlänge wurde durch graphische Interpolation gefunden.

Es steht die Wellenlänge nach obigem Resultat zu den Dimensionen der Röhre in demselben Verhältnis wie bei der verzweigten Interferenzröhre.

Zur Erzielung einer homogenen Strahlung habe ich gleichweite Röhren bis zu 1,2 m Länge der T-Röhre vorgeschaltet; der Erfolg war im Gegensatz zu den von Drude¹⁾ ausgesprochenen Vermutungen kaum merklich. Die vorgeschaltete Interferenzröhre dagegen liess scharfe Interferenzen nachweisen und zwar auch dann, wenn deren einer Zweig durch vorgestellte Metallbleche abgesperrt war, sodass die Länge, die noch von den Wellen durchlaufen wurde, 1,2 m nicht übertraf. In Uebereinstimmung mit Drude's Beobachtung steht das ungünstige Ergebnis bei Anwendung eines Metalltrichters.

In den folgenden Messungen war die Interferenzröhre vorgeschaltet. Zur genauen Ermittlung der Wellenlänge wurde eine Reihe von Beobachtungen ausgeführt, von denen eine angegeben sei.

Tabelle 9.

 $\alpha = 5$ cm. Curve 1 (Fig. 9).

C	0	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5
α	7,1	17,7	22,2	25,0*	22,3	22,4	17,7	11,1	4,7*	5,6	16,2

C	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	12,0	12,5	13,0	13,5
α	20,8	23,3	26,5*	25,3	22,8	19,9	13,5	25,7	23,7	21,1	17,3

C	14,0	14,5	15,0	15,5	16,0	16,5	17,0	18,0	19,0	19,5	20,0
α	11,7*	16,7	17,5	21,9	24,1	25,1	*25,7	23,9	16,1*	17,7	17,8

Mittel $\lambda/2 = 4,9$ cm.

Meine Resultate ergeben, dass die Wellenlänge annähernd mit der ohne vorgeschaltete Interferenzröhre gemessenen übereinstimmt. Auffallend war das Minimum für $C = 0$; es konnte

1) P. Drude, Wied. Ann. 65. p. 493. 1898.

dies weder von der Länge der vorgeschalteten Röhre noch vom Abstand a des Erregers abhängen, wie angestellte Versuche lehrten. Ebenso änderte sich die Erscheinung nicht, wenn der Cohärer im Innern des Empfängerkastens gegen die Hinterwand verschoben wurde; es konnte dabei nie eine Interferenz der an der Hinterwand reflectirten und der direct auf den Cohärer fallenden Wellen nachgewiesen werden. Ich nehme an, der in die T-Röhre einfallende Strahl theile sich im Centrum des Würfelkästchens, der grösseren Ausdehnung dieses Raumes folgend, in einen direct geradlinig weiterlaufenden, in einen nach links und einen nach rechts abbiegenden Wellenzug. Für $C = 0$ werden die beiden letzten Wellenzüge beiderseits auf eine Wand des Würfels fallen und dort bei Annahme normaler Incidenz durch Reflexion Anlass geben zur Bildung einer stehenden Welle, die an jeder der sich gegenüberstehenden Wände ein Schwingungsminimum besitzt. Der Abstand dieser beiden Wände entspricht sehr annähernd einer ganzen Wellenlänge der stehenden Wellenbewegung; es werden demnach für beide Wellenzüge auch Minima im Mittelpunkt des Würfels auftreten. Der direct zum Cohärer gehende Wellenzug erhält von den beiden anderen immer dann einen mehr oder weniger grossen Beitrag, wenn in M kein Minimum erscheint; in letzterem Fall gelangt ein Minimum der Wellenbewegung zum Cohärer. Der von der festen Wand des Würfels reflectirte Wellenzug wird nie einen Beitrag liefern; die Veränderung von C aber giebt abwechselnd Maxima [für $C = (2m + 1) \cdot \lambda/4$] und Minima [für $C = 2m \cdot \lambda/4$] in M .

In Uebereinstimmung mit dieser Erwägung steht die Thatsache, dass für $C = \infty$ annähernd derselbe Ausschlag auftritt, wie für $C = 0$.

Es folgt aber aus der obigen Annahme, dass die direct den Cohärer treffende Partialwelle von geringer Intensität sein muss, ein Resultat, das ich durch besondere Beobachtungen bestätigt fand:

An den beiden Enden A und C' der T-Röhre stellte ich Cohärer auf, deren Angaben die vom Erreger bei B gelieferte Strahlungsenergie maassen. Genaue Messungen wurden nicht angestellt; es zeigte sich aber unzweideutig, dass die nach dem der Erregeraxe parallelen Zweigstück gehende Welle viel

intensiver war als die sich in normaler Richtung hierzu fort-pflanzende.¹⁾

T-Röhre in geneigter und verticaler Stellung.

Der Winkel der Richtung des Ansatzrohres CC' gegen die Horizontale sei mit σ bezeichnet. Die vorgeschaltete Interferenzröhre blieb horizontal.

Tabelle 10.

$\alpha = 5 \text{ cm.} \quad \angle \sigma = 45^\circ.$

C	0	1,0	2,0	2,5	3,0	4,0	4,5
α	13,6	16,8	23,1	*23,5	21,2	12,7	*9,6

C	5,0	6,0	6,5	7,0	8,0	9,0 cm
α	13,4	21,8	21,6	*24,0	18,8	15,8 cm

Mittel $\lambda/2 = 4,9 \text{ cm.}$

Tabelle 11.

$\alpha = 5 \text{ cm.} \quad \angle \sigma = 90^\circ.$

C	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,2	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
α	7,9	—	11,6	—	18,5*	—	18,4	13,8	—	10,6	*8,7
α	8,6	11,2	13,9	17,0	19,7*	—	18,1	16,6	14,3	13,3	11,1*

C	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0
α	11,3	—	14,2	18,0*	16,7	—	13,5	11,8*	12,2	—	—
α	12,3	13,3	15,7	17,3	19,4*	18,6	15,3	12,6	11,5*	11,9	12,2

Mittel $\left\{ \begin{array}{l} \lambda/2 = 4,5 \text{ cm für die erste Reihe,} \\ \lambda/2 = 5,0 \text{ cm für die letzte Reihe.} \end{array} \right.$

Die Differenzen zwischen den Ablenkungen haben bei senkrecht gestellter T-Röhre abgenommen; die Beobachtung

1) Genaue Messungen über den Einfluss von Rohrverzweigungen scheinen mir Interesse zu bieten.

der Wellenlängen ist aber noch ausreichend gut möglich. Die hintereinander abgelesenen Ausschläge für dasselbe C weichen dabei weniger voneinander ab als bei horizontaler Röhre. Aus den Messungen folgt, dass die T-Röhre nicht als Polarisator benutzt werden kann; ob dies eine Folge der geringeren Rohrlängen ist, wurde nicht untersucht.

Für die Frage nach der Fortpflanzung der elektromagnetischen Wellen im Innern von Metallröhren musste auch die Untersuchung der Reflexion am Rande der Röhre von Bedeutung sein. Ich entfernte das Einschiebrohr und liess die Wellen sich frei in den offenen Ansatz ausbreiten. Eine Verlängerung desselben müsste dann für den Fall kräftiger Reflexion am Rande eine Möglichkeit zur Bestimmung der Wellenlänge bieten.

Der Versuch mit der horizontalen T-Röhre lässt den Schluss zu, dass die allerdings vorhandene Reflexion so gering ist im Verhältnis zu der an Metallwänden stattfindenden, dass sie für unsere Untersuchungen mit offenem Ansatzrohr vernachlässigt werden kann.

Es trat fast die ganze Energie des Wellenzuges in den freien Luftraum. Dies führte zu dem Gedanken, die ausgetretene Welle, die anders für die Beobachtung verloren wäre, durch Reflexion an einer normal gegen CC' aufgestellten Metallwand wieder in das Rohr zurückzuwerfen, um die sich dadurch bildende stehende Wellenbewegung zu untersuchen. Es musste sich so die Möglichkeit ergeben, die von Hertz mit dem Resonator gemessene stehende Welle mit dem Cohärer untersuchen zu können, was Righi durch Verschieben des Cohäriers an Stelle seines Resonators nicht gelang.

Zur Messung wurde ein Schirm aus Zinkblech von 30×30 cm auf einem auf einer Schiene leicht gleitenden Gestell möglichst genau normal gegen die Ansatzröhre aufgestellt und auf messbare Abstände verschiedener Grösse gebracht. χ sei der Abstand des Zinkschirmes vom Rand des Rohres C' , α sei das Mittel aus je fünf entsprechenden Ausschlägen. Die Beziehung von χ zu dem früheren C ist durch $\chi = C - 10,3$ gegeben.

Tabelle 12.

Interferenz directer und ausserhalb der T-Röhre reflectirter Wellen.

 $a = 5$ cm. † Curve 2 und 3 (Fig. 9).

χ	0	0,5	0,8	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
α^\dagger	17,4	—	—	22,3*	—	20,6	17,4	7,4*	9,3	11,5
α^\dagger	21,8	—	—	23,8*	23,1	21,6	—	13,9*	14,5	18,1
α	16,9	21,1	—	*22,5	—	18,9	—	10,5*	—	14,2
α	18,9	21,2	*22,9	21,1	—	18,1	13,9	11,2*	13,7	17,1
α	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

χ	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	10,0
α^\dagger	*17,3	—	11,0	—	*6,1	—	13,5	—	*15,7	11,9
α^\dagger	21,6*	—	19,5	—	14,9*	—	18,3	—	*19,3	14,8
α	18,0*	17,2	16,5	—	13,8*	15,0	18,9	—	*19,3	14,4
α	*20,1	17,4	15,6	13,5*	13,8	14,5	18,3*	17,6	16,7	10,6
α	22,9	22,2	19,3	14,8*	18,5	—	22,9*	22,7	22,1	18,5

χ	10,5	11,0	12,0	12,5	13,0	13,5	14,0	14,5 cm
α	—	—	—	—	—	—	—	— cm
α	—	—	—	—	—	—	—	— "
α	15,2	15,9	18,1	—	—	—	—	— "
α	—	—	—	—	—	—	—	— "
α	*17,6	20,7	22,3	*22,9	20,2	18,2	*17,8	20,0 "

$$\text{Mittel} \left\{ \begin{array}{l} \lambda/2 = 3,90 \text{ cm} \\ \lambda/2 = 3,85 \text{ " } \\ \lambda/2 = 3,90 \text{ " } \\ \lambda/2 = 3,62 \text{ " } \\ \lambda/2 = 3,72 \text{ " } \end{array} \right.$$

Aus den Beobachtungen folgt das merkwürdige Resultat, dass die ausserhalb der T-Röhre gemessene Wellenlänge kleiner ist als die durch Verschieben der Einschiebröhre im Innern des Rohres gefundene.

Ich stellte hierüber noch einige weitere Versuche an: Eine 12 cm lange, 6 cm weite Röhre, die beiderseits offen war, wurde in den Ansatz CC' eingeschoben und dieser dadurch continuirlich verlängert. Für derart erzielte Rohrlängen L maass ich wieder die Wellenlänge durch Verschieben der Zinkplatte vor dem Ansatz.

Die Wellenlänge ausserhalb der T-Röhre blieb für beliebig geänderte Länge des Ansatzrohres annähernd dieselbe und immer kleiner als die sich im Innern der Röhre ausbildende. Während für $L = 10,3$ und $L = 15,0$ cm die Maxima und Minima annähernd sich decken oder um eine halbe Wellenlänge gegeneinander verschoben sind, tritt für $L = 10,3$ und $L = 14,0$ cm noch keine Deckung ein [Curven 4, 5, 6 (vgl. Fig. 9)]. χ bedeutet in jedem Fall den Abstand des Schirmes von der Rohröffnung. Es ist also die Verlängerung von CC' um 5 cm mit dem Auftreten einer halben Wellenlänge der stehenden Welle verknüpft. Die Strahlung wird im Rohrinne demnach von den betreffenden Dimensionen der Röhre modificirt, sodass überall da die Welle ihre Länge ändert, wo diese Beeinflussung von Seiten der Röhren fehlt.

III. Doppel-T-Röhre.

Auf p. 38 war gezeigt, dass der von der festen Wand des Würfels der T-Röhre reflectirte Wellenzug zur Totalintensität im Cohärer nie einen Beitrag lieferte. Um auch diese Welle verwerten zu können, wurde die Wand durchbrochen und eine genau der schon vorhandenen gleiche Ansatzröhre angebracht. Der Apparat wurde dadurch völlig symmetrisch und nahm die Form zweier aneinander gefügter T. an.

§ 9. Messungen.

Die Dimensionen der benutzten Röhre waren: $AB = 57$ cm, Ansätze $CC' = 12$ cm, Länge der Einschiebröhren 12 cm, Durchmesser 6 cm, Kantenlänge des Würfelkästchens 10 cm. Die Messungen wurden derart angestellt, dass immer beiderseits derselbe, im Lauf des Versuches variable, Auszug C hergestellt wurde.

Wellenlänge im Rohrinne.

Als Mittel aus den Messungen mit oder ohne vorgeschaltete Interferenzröhre ergab sich wieder 5 cm für $\lambda/2$.

Die Ausschläge zwischen Maxima und Minima zeigen keine grösseren Differenzen als mit der Einfach-T-Röhre, sie haben sich aber durchgehend vergrössert. Wenn man den

ersten Umstand nicht einer geringeren Empfindlichkeit des Empfangsapparates zuschreiben will, so könnte man wohl annehmen, dass der früher von der festen Wand des Kästchens reflectirte Wellenzug weniger intensiv war als der in den Ansatz CC' eindringende, sodass sich durch Herbeiführung der Symmetrie diese grössere Intensität gleichmässig auf beide Ansätze verteilte. Obwohl die Maximal- und Minimalstellen nicht schärfer ausgeprägt waren als früher, so wurde doch in den späteren Bestimmungen der Dielektricitätsconstanten in manchen Fällen die Doppel-T-Röhre bevorzugt, da sie dort gleichmässigere Resultate gab.

Wellenlänge ausserhalb der Röhre.

Durch Aufstellen eines Zinkschirmes von 30×30 cm Fläche und 0,085 cm Dicke zu beiden Seiten der Doppel-T-Röhre und durch gleichmässiges Verschieben desselben konnte auch hier die Wellenlänge im freien Luftraum gemessen werden. Der Abstand χ der Platten von den beiden Rohroöffnungen ist mit C durch die Beziehung $\chi = C - 12$ cm verbunden. Es ergab sich als Mittel der Wellenlängen ausserhalb der Röhre etwa 7,2 cm.

§ 10. Enge Doppel-T-Röhre.

Zur Untersuchung des Einflusses, den der Rohrdurchmesser auf die Schwingung haben könnte, wurde eine Doppel-T-Röhre benutzt, deren Querdimensionen $\frac{2}{3}$ derjenigen der weiten Röhre betragen.

Bei vorgeschalteter Interferenzröhre von 6 cm Durchmesser wurde nie ein Ausschlag erzielt. Auch ohne Interferenzröhre waren die Ausschläge viel weniger gut übereinstimmend als früher. Der Erreger II, dessen Grundschwingung im Verhältnis zum Rohrdurchmesser eine grosse Wellenlänge besitzen musste, konnte aber nicht mit Vorteil durch kleinere Oscillatorkugeln ersetzt werden, da dann die Energie der Strahlung im Verhältnis zur Grösse der Absorption in den Röhren zu klein war.

Es war aber doch aus den angestellten Versuchen zu ersehen, dass die Wellenlänge kleiner wurde und zwar etwa 6 cm betrug.

Wir gelangen zu dem Resultat:

Die mit der Quincke'schen T-Röhre gemessene Wellenlänge steht zu den Dimensionen derselben im gleichen constanten Verhältniss wie bei den Messungen mit der Interferenzröhre mit zwei Zweigen.

IV. Dielektricitätsconstanten.

Ueber die Bestimmung von D mittels Drahtwellen liegen umfassende Untersuchungen vor. Weniger zahlreich sind die Messungen mit frei sich in der Luft ausbreitenden Schwingungen, und nur V. v. Lang hat Versuche mit Wellen in Metallröhren gemacht. Den zu untersuchenden Isolator brachte er in möglichst genau den Dimensionen der Interferenzröhre angepasster Form in den einen Schenkel derselben und maass die Länge einer Luftsäule, die in Betreff der Schwingung der Länge des Isolators entsprach. Diese Methode, die von mir auf die Untersuchung mit der T-Röhre ausgedehnt worden ist, hat vor allem den Nachteil, dass die Isolatoren jeweils genau in die Form der Röhren gebracht werden müssen.

Das Princip, das der Beobachtung mit T-Röhren zu Grunde liegt, ist folgendes:

Durch Interferenz der am Boden der Einschiebröhre oder am ausserhalb des Ansatzes aufgestellten Metallschirm reflectirten und der einfallenden Welle bildet sich eine stehende Wellenbewegung aus, die in Abständen von $\lambda/4$ Knoten und Bäuche besitzt. Die Lage derselben lässt sich durch Verschieben der reflectirenden Wand mit dem Cohärer beobachten. Wird in den Bereich der stehenden Welle zwischen Metallspiegel und Cohärer ein Isolator gebracht, so erleidet die reflectirte Welle gegenüber der einfallenden eine von Dicke und Beschaffenheit des Isolators abhängige Verzögerung, und die Maxima und Minima werden um einen zu messenden Betrag verschoben.

Ähnliche Untersuchungen wurden von Bose, Sarazin und De la Rive angestellt. Trouton¹⁾ benutzte dasselbe Princip, indem er die Verschiebung der Maxima und Minima der stehenden Welle maass, die sich durch normale Incidenz

1) F. T. Trouton, Nature 40. p. 398. 1889.

einer Strahlung auf eine grosse Metallwand nach Einschalten einer Isolatorplatte bildete. Mack¹⁾ benutzte senkrechte Incidenz der Wellen zum Nachweis der Doppelbrechung in Holzplatten. Eine ähnliche Methode hat Righi²⁾ angegeben und später Wiedeburg³⁾ unter Berücksichtigung der mehrfachen Reflexionen in den Isolatoren wiederholt. Alle diese Bestimmungen wurden im freien Luftraum mit nicht homogenen Schwingungen ausgeführt.

Wie aus meinen angestellten Versuchen mit der T-Röhre hervorging, führte die nach dieser Methode ausgeführte Bestimmung der Dielektricitätsconstanten zu wenig befriedigenden Werten, da Nebenerscheinungen aufzutreten scheinen, die auf Resonanzwirkung im Isolator zurückzuführen wären. Ausserdem war oft schon ohne eingeführte Isolatoren ein Maximum oder Minimum etwas gegen das andere verschoben, sodass die Messung der nur vom Dielektricum bewirkten Verschiebung schwer ausführbar war.

Für Flüssigkeiten benutzte ich deshalb eine etwas andere Anordnung.

§ 11. Versuchsanordnung I.

Dieselbe gestattet die directe Messung der Wellenlänge und ist nur für flüssige Isolatoren mit Vorteil anzuwenden. Ich verwandte die Einfach- und Doppel-T-Röhre mit vorgeschalteter Interferenzröhre. Die Ansätze der T-Röhren standen horizontal und hatten kein Einschiebstück. Bei der Einfach-T-Röhre wurde ein, bei der Doppel-T-Röhre zwei Tröge aus 0,32 cm dicken 10×10 cm Glasplatten vor die Oeffnung der Ansätze mit einer Wand normal gegen letztere aufgestellt. In jeden Trog wurde parallel zur Vorderwand eine $9,7 \times 13$ cm Messingplatte gebracht und mit einigen Tropfen Colophoniumkitt derart auf einer Planglasscheibe über dem Trog befestigt, dass sie genau parallel zur Wand verschoben werden konnte, also in jedem Fall die auftreffende Welle normal reflectirte. Eine ebenfalls angeklebte Glasscala gestattete die Verschiebung der Platte auf $\frac{1}{10}$ mm genau zu

1) K. Mack, Wied. Ann. 56. p. 717. 1895.

2) A. Righi, l. c. p. 88.

3) O. Wiedeburg, Wied. Ann. 59. p. 497. 1896.

messen. Diese Tröge wurden mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt und dafür Sorge getragen, dass die Vorderwand möglichst in ein Minimum der Wellenbewegung zu liegen kam, um anderenfalls auftretende störende Reflexionserscheinungen möglichst zu vermeiden.

Ehe zu definitiven Messungen geschritten wurde, überzeugte ich mich davon, dass die Wellenlänge ausserhalb der Röhre durch die kleinere reflectirende Metallplatte nicht wesentlich verändert wurde. Es wurde den Berechnungen der Dielektricitätsconstanten bei Bestimmungen mit der Einfach-T-Röhre für Luft $\lambda = 7,49$ cm und mit der Doppel-T-Röhre $\lambda = 7,20$ cm zu Grunde gelegt. Ein eventueller störender Einfluss der kleinen Messingplatte, der schon für Luft kaum merklich war, musste für die Wellenlängen in den benutzten Isolatoren noch geringer sein.

Steinöl.

Es wurde gewöhnliches Petroleum des Handels verwendet; χ sei wieder der Abstand der Messingplatte von der Rohröffnung.

Tabelle 13.

Einfach-T-Röhre. † Curve 7 (Fig. 9).

χ	0,32	0,82	1,12	1,32	1,52	1,82	2,12	2,32	2,52	2,82
α^\dagger	23,5	*25,2	21,3	19,7	*18,9	20,6	22,7	22,9	23,3	24,6*
α	26,4*	25,9	22,5	21,1	19,6*	20,7	22,6	22,7	23,8	—

χ	3,12	3,32	3,52	3,82	4,12	4,32	4,52	4,82	5,12	5,32
α^\dagger	23,9	23,0	21,5	19,8	19,5	*18,7	20,9	21,0	22,1	22,5
α	*24,0	23,0	22,6	20,7	20,0	*19,1	20,6	22,1	21,9	23,3

χ	5,52	5,82	6,12	6,32	6,52	6,82	7,12	7,32 cm
α^\dagger	23,7*	22,9	21,5	18,3*	18,5	20,0	20,0	20,7 cm
α	*24,0	22,6	21,3	19,8	*19,1	19,9	20,7	22,4 cm

$$\lambda_1/2 = 2,487 \text{ und } \lambda_1/2 = 2,507 \text{ cm.}$$

$$\text{Mittel } \lambda_1/2 = 2,472 \text{ cm. } n = 1,514.$$

Mit der Doppel-T-Röhre fand ich $n = 1,348$.

Aus allen erhaltenen Werten würde sich $n = 1,431$ und $D = 2,047$ ergeben.

Dasselbe Steinöl wurde von Hrn. Dr. Weber im hiesigen Laboratorium nach der Nernst'schen Methode untersucht; ich verdanke ihm die Angabe seines Resultates: $D = 2,09$.

Schwefelkohlenstoff.

Tabelle 14.

Einfach-T-Röhre. †Curve 8 (Fig. 9).

χ	0,32	0,52	0,82	1,12	1,32	1,52	1,82	2,12	2,32
α	24,9	*25,3	24,1	20,6	18,9*	20,2	20,8	20,9	21,6
α^\dagger	23,9	25,3*	24,3	21,9	20,6	*19,8	20,7	21,4	22,1

χ	2,52	2,82	3,12	3,32	3,52	3,82	4,12	4,32	4,52
α	23,0*	22,9	21,7	19,8	18,8	*17,4	20,3	21,6	21,9
α^\dagger	22,7	*23,2	21,8	18,8	18,4*	18,7	19,6	20,5	21,2

χ	4,82	5,12	5,32	5,52	5,82	6,32	6,52	6,82 cm
α	22,7*	21,9	21,3	20,6	20,1	*20,0	21,6	22,5 cm
α^\dagger	21,9	22,3*	21,9	19,3*	19,6	20,3	—	— cm

$$\lambda_1/2 = 2,275 \text{ cm}$$

$$n = 1,646$$

$$\lambda_1/2 = 2,22 \text{ cm}$$

$$n = 1,687$$

Daraus folgt für $D = 2,775$.

Terpentinöl.

Dasselbe ergab als Mittel aus vier Beobachtungsreihen eine Wellenlänge $\lambda_1/2 = 2,074 \text{ cm}$, d. h. $n = 1,805$ und $D = 3,258$.

Hr. Dr. Weber fand für dasselbe Terpentinöl mit der Methode von Nernst $D = 3,54$.

Rapsöl.

Besonders bei Benutzung der Einfach-T-Röhre trat hier die auffallende Erscheinung ein, dass die Ausschläge des Galvanometers sehr gross waren, wenn der Metallspiegel in der unmittelbaren Nähe der Trogwand stand, dann aber bei Dicken von etwa 1 cm der zwischenliegenden Flüssigkeitsschicht rasch abnahmen und sich in niedrigeren Grenzen hielten. Auch mit der Doppel-T-Röhre sind Verschiebungen der Maxima gegen die Wand hin in deren Nähe wahrgenommen

worden, während der weitere Strahlenverlauf ein regelmässiger war. Rapsöl zeigte auch bei Quincke anomale Erscheinungen.

Tabelle 15.

Einfach-T-Röhre. Curve 10 (Fig. 9).

χ	0,32	0,52	0,72	0,92	1,12	1,32	1,52	1,72	1,92	2,12
α	25,2	26,4	*27,1	23,6	19,0	17,4	16,8*	16,9	17,3	19,1

χ	2,32	2,52	2,72	2,92	3,12	3,32	3,52	3,82	4,12	4,32 cm
α	19,4	20,8	21,1*	21,3	20,9	20,4	18,0	17,0	*16,5	18,1 cm

$$\lambda_1/2 = 2,215 \text{ cm} \quad n = 1,69$$

Mit der Doppel-T-Röhre fand ich:

$$\lambda_1/2 = 2,282 \quad n = 1,578$$

$$\lambda_1/2 = 2,382 \quad n = 1,512$$

Als Mittel aus den drei Beobachtungsreihen folgt:

$$n = 1,593 \quad \text{und} \quad n^2 = D = 2,537.$$

Wasser.

Zur Verhütung des Auftretens von Luftblasen an den Glaswänden und dem reflectirenden Messingblech musste das Wasser vor dem Gebrauch ausgekocht werden. Für den ersten Versuch war dasselbe der Heidelberger Wasserleitung entnommen, das in den anderen Versuchen benutzte Wasser war destillirt.

Tabelle 16.

Einfach-T-Röhre. $t = 18,2^\circ$.

χ	0,32	0,42	0,52	0,62	0,72	0,82	0,92	1,02	1,12
α	27,9	25,6	26,9	*28,1	26,7	25,8	26,9	*27,5	26,6
α	29,2	25,3	26,5	27,3*	26,9	26,1	25,6	26,5	27,1*

χ	1,22	1,32	1,42	1,52	1,62	1,72	1,82 cm
α	25,4	26,7	27,2	*27,3	26,9	27,0	27,2 cm
α	26,5	27,0	*27,1	25,4	25,9	27,4	— cm

$$\lambda_1/2 = 0,412 \text{ cm} \quad n = 9,089$$

$$\lambda_1/2 = 0,390 \text{ cm} \quad n = 9,602$$

Zwei weitere Messungen mit der Doppel-T-Röhre ergaben:

$$\lambda_1/2 = 0,402 \text{ cm} \quad n = 8,933$$

$$\lambda_1/2 = 0,403 \text{ cm} \quad n = 8,955$$

Aus den vier Messungen ist als Mittelwert:

$$n = 9,145 \quad \text{und} \quad D = 83,63.$$

Die genaue Messung dieser kleinen Wellenlängen ist sehr schwierig, da eine kleine Verschiebung eines Maximums oder Minimums leicht beträchtliche Abweichungen in den Brechungsexponenten herbeiführt.

In allen Versuchen dieser Anordnung stimmten die α für jeweils constantes χ weit besser überein als früher für Luft.

§ 12. Versuchsanordnung II.

Nach dieser Anordnung werden die Verschiebungen der Maxima und Minima gemessen, die durch Einführen eines Isolators in den Bereich der stehenden Welle herbeigeführt werden. Die Methode ist besonders auf feste Isolatoren anwendbar, lässt sich aber auch auf die Constantenbestimmung von Flüssigkeiten ausdehnen, falls man letztere in Trögen von kleinem Brechungsindex einführt, sodass complicirte Reflexionen mit grosser Annäherung vernachlässigt werden können.

Nennt man die Verschiebung δ , so kann der Brechungsexponent der Substanz für die betreffende Wellenlänge in erster Annäherung aus der einfachen Beziehung

$$n = \frac{\delta}{s} + 1$$

gefunden werden, falls s die Dicke der Isolatorplatte bedeutet. Die Benutzung dieser Formel führte mich zu Resultaten, die von denen anderer Beobachter wesentlich verschieden waren. Ausserdem fand ich, dass die Verschiebung δ nicht der Dicke der Platte einfach proportional war. Deshalb suchte ich zur Berechnung von n eine Formel aufzustellen, die die vielfachen Reflexionen der Welle an der Grenze Luft-Isolator und Isolator-Luft, bez. Metall, möglichst berücksichtigt.

Der Erreger befinde sich in 0; es werde der Schwingungszustand im Mittelpunkt M des Würfelraumes betrachtet, der von 0 den beliebigen Abstand z habe. Der Berechnung liegt die Voraussetzung zu Grunde, dass sich 1. die Amplitude der Wellenbewegung bei der Reflexion am Metall umkehrt, dass also die Leitfähigkeit des Metalles so gross ist, dass auf

Beobachtungsreihe bleiben diese Grössen constant, und nur der Abstand des Punktes M von der Platte, d. h. x , ist variabel; die Intensität in M ändert sich dann nur, insofern sie von ψ abhängt. Für ein Maximum oder Minimum in M muss daher

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{B_1 \pm 1}{B_2}$$

sein.

Die Lage x , die einer Maximal- oder Minimalstellung entspricht, ergibt sich zu:

$$x = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} \left\{ \frac{B_1 \pm 1}{B_2} \right\} + \frac{m}{2} \lambda,$$

wenn m jede beliebige positive oder negative ganze Zahl ist. Darin ist zu setzen:

$$r = -\frac{n-1}{n+1}, \quad d \cdot \delta = 1 - r^2,$$

$$\varrho = -r, \quad \sigma = -1.$$

$$B_1 = \frac{2r - (1 + r^2) \cos 2\pi \frac{2\varepsilon}{\lambda_1}}{1 - 2r \cos 2\pi \frac{2\varepsilon}{\lambda_1} + r^2},$$

$$B_2 = -(1 - r^2) \frac{\sin 2\pi \frac{2\varepsilon}{\lambda_1}}{1 - 2r \cos 2\pi \frac{2\varepsilon}{\lambda_1} + r^2}.$$

Wird in die Gleichung das der Beobachtung entnommene λ eingeführt, so eignet sie sich unmittelbar zur Berechnung der Stellen maximaler oder minimaler Intensität für die Wellen im Innern der Röhre. Die Uebereinstimmung mit den Messungen ergibt sich, wenn wir $x = C + 5,0 - \varepsilon$ setzen, wo C wieder die Länge des Auszuges der Röhre bedeutet.

Um die Gleichung auf die Messungen ausserhalb der T-Röhre anwenden zu können, setze ich die Wellenlänge im freien Luftraum λ' , die Wellenlänge im Isolator λ_1' , die Länge des Ansatzrohres L . Die Werte von B_1 und B_2 behalten dieselbe Form bei; nur steht λ_1' an Stelle des früheren λ_1 . Ist wieder χ der Abstand des Metallschirmes von der Rohröffnung.

so resultirt zur Berechnung der Maximal- und Minimallagen die Gleichung:

$$\chi = \frac{\lambda'}{2\pi} \arctg \left\{ \frac{B_1' \pm 1}{B_2'} \right\} + \frac{m}{2} \lambda' - L \frac{\lambda'}{\lambda} + \varepsilon - 5 \frac{\lambda'}{\lambda}.$$

Die Uebereinstimmung der dieser Gleichung entnommenen Werte von χ mit den Resultaten der Beobachtung ist erst nach Hinzufügen eines Summanden zu χ erreicht. Derselbe ergab sich für die Einfach-T-Röhre zu 0,58, für die Doppel-T-Röhre zu 0,40 cm. Ob diese Abweichungen auf ungenaue Messungen der Wellenlänge oder auf den Einfluss des Rohrrandes beim Uebergang der Welle von der T-Röhre in den freien Luftraum zurückzuführen sind, konnte noch nicht entschieden werden.

In die obigen Gleichungen wurde eingesetzt:

für die Einfach-T-Röhre: $\lambda = 10,05$ cm

$\lambda' = 7,49$ „

$L = 10,30$ „

für die Doppel-T-Röhre: $\lambda = 10,05$ „

$\lambda' = 7,20$ „

$L = 12,00$ „

Während die abgeleiteten Gleichungen die Lagen von χ aus gegebenem n zu berechnen gestatten, fordert die Anwendung derselben umgekehrt die Berechnung des n aus gegebenem χ . Es würde dies immer dann complicirte Rechnungen erfordern, wenn man nicht viele Beobachtungen mit demselben Isolator bei verschiedenen Plattendicken gemacht hätte. Ich habe deshalb den Brechungsexponenten nur annäherungsweise bestimmt.

Es möge dem eine Discussion der Formel vorausgehen:

Zur Ermittlung der Abhängigkeit der χ vom Brechungsexponenten n der Isolatorplatten constanter Dicke berechnete ich durch Einsetzen bekannter n das einem Maximum entsprechende χ . Das Resultat ist durch die Fig. 7 versinnbildlicht.

Dieselben Erscheinungen wiederholen sich für alle χ , die um $\lambda/2 = 3,745$ cm voneinander absteigen.

Die Zunahme der Verschiebung der Maxima ist zwischen $n = 1,3$ und $n = 1,6$ annähernd linear, während sie von $n = 2$ an beträchtlich davon abweicht.

In ähnlicher Weise berechnete ich die Abhängigkeit der χ von verschiedenen Plattendicken ε .

Die drei Curven der nachstehenden Fig. 8 geben dieselbe für die Brechungsexponenten $n=1,5$, $n=2,0$, $n=2,5$ an; die drei geraden Linien stellen die Abhängigkeit beider Grössen dar, wie sie durch

$$\chi_\delta = \frac{\delta}{\varepsilon} + 1$$

gegeben ist. Es zeigt sich, dass sich die Werte von χ abwechselnd jenen von χ_δ mit zunehmendem ε nähern und entfernen, sodass die ohne Berücksichtigung vielfacher Reflexionen erhaltenen Brechungsexponenten das eine Mal zu klein, das

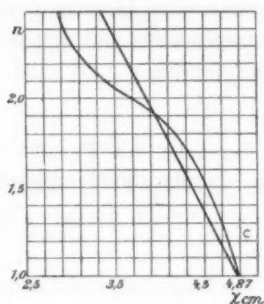


Fig. 7.

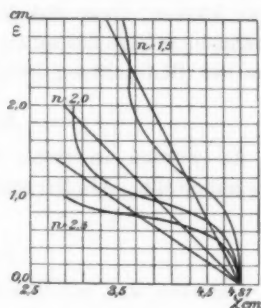


Fig. 8.

andere Mal zu gross wären. Mit zunehmendem n neigt sich die Gerade mehr und mehr gegen die Abscisse.

Mit Hülfe der Curven (Fig. 8), denen sich mit guter Annäherung gleichgestaltete für benachbarte n durch reine Analogie angliedern lassen, wurden die Brechungsexponenten der untersuchten Isolatoren annäherungsweise bestimmt. In dem der Dicke ε entsprechenden Ordinatenpunkt wurde eine Parallele zur Abscissenaxe gezogen, in dem der beobachteten Lage von χ entsprechenden Abscissenpunkt eine Parallele zur Ordinatenaxe; der Schnittpunkt beider musste auf einer der unendlich vielen von χ ausgehenden Curven liegen; die Lage dieser Curve gab dann unmittelbar den Brechungsexponenten an. Da in unserem Fall nur kleine Plattendicken benutzt wurden, so gab

diese Interpolation mit Hülfe der drei gezeichneten Curven eine gute Annäherung an den wahren Wert.

Hätte man für sehr verschiedene Dicken die Abhängigkeit der χ vom Brechungsexponenten in Form von Curven wie in Fig. 7 gefunden, so wäre die Auffindung von n sehr einfach; der Brechungsexponent wäre direct gegeben durch die Ordinate des Schnittpunktes einer im beobachteten Punkt χ errichteten Normalen mit der gegebenen Curve.

Ich hatte auch Beobachtungen mit der Doppel-T-Röhre gemacht und mir zu diesem Zweck den vorigen analoge Curven berechnet.

Wiedeburg¹⁾ hat für seine abweichende Anordnung für Reflexionsbeobachtungen ähnliche Resultate erhalten und direct zeigen können, dass die der Berechnung zu Grunde gelegten Annahmen infolge der guten Uebereinstimmung mit den Resultaten der Beobachtung wohl zutreffend sind.

Messungen.

Es wurden in erster Reihe Versuche mit Paraffin und Glas angestellt. Als Erreger diente der Paraffinöscillator II.

Paraffin.

Dasselbe war mit Wachs auf die Zinkplatten geklebt und in Platten von etwa 100—150 cm² benutzt.

Tabelle 17.

Einfach-T-Röhre. Curve 11 (Fig. 9). $s = 1,75$ cm.

χ	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
α	17,4	18,0	21,2	21,8	*22,4	20,1	19,6	17,5*	19,0
χ	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0 cm	
α	19,8	21,6	*21,9	20,9	19,4	18,4	17,9*	18,2 cm	

Maxima: 3,9, 7,45 cm.

Minima: 5,6, 9,65 cm.

1) O. Wiedeburg, Wied. Ann. 59. p. 497. 1896.

Durch Addition oder Subtraction von $\lambda'/2$ und $\lambda'/4$ wurden die Maximal- und Minimalstellungen, soweit sie zur Berechnung brauchbar waren, hier und in allen folgenden Beobachtungen auf die Grösse von χ reducirt, die im Bereich der berechneten Curven lag; die Minimallagen wurden durch Addition von $\pm \lambda'/4$ in Maximalwerte verwandelt. Die Lage 7,45 cm z. B. musste ebenso wie $7,45 - \lambda'/2 = 3,7$ cm zur Berechnung geeignet sein. Ich nenne die durch diese Operation erhaltenen Werte von χ „reducirtes χ “.

Für obige Bestimmung ist reducirtes χ : 3,9, 3,7, 3,73, 4,03 cm. Brechungsexponent $n = 1,455$.

Die Abweichungen der Werte des reducirtes χ voneinander erklären sich daraus, dass die Maxima und Minima mitunter etwas gegeneinander verschoben sind.

Ohne Berücksichtigung vielfacher Reflexionen wäre $n = 1,519$.

Die Doppel-T-Röhre gab $n = 1,462$.

Glas.

Dasselbe war reines Spiegelglas, das wegen seiner Dicke eine grünliche Farbe zeigte.

Tabelle 18.

Einfach-T-Röhre. Curve 12 (Fig. 9). $s = 3$ cm.

χ	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0
α	22,5	23,3	*24,1	23,1	21,7	17,9	17,3	*16,8	18,3

χ	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	10,5	11,0	11,5 cm
α	21,1	*21,5	19,9	19,1	16,5	*16,1	18,6	20,1	*21,1 cm

Reducirtes χ : 0,4 im Mittel.

Mittel von $n = 2,55$.

Danach brachte ich einen dünnen Glastrog aus Spiegelglasplatten auf das Zinkblech. Die Gesamtdicke des Troges betrug 0,59 cm, die Dicke der Glaswände 0,25 cm.

Tabelle 19.

Einfach-T-Röhre. $\varepsilon = 0,25$ cm.

χ	0,7	1,2	1,7	2,2	2,7	3,2	3,7	4,2	4,7	5,2 cm
α	22,9	22,3	21,8	19,9	16,8*	17,1	18,2	20,0	20,5*	20,0 cm

Reducirtes χ : 4,77, 4,85.Mittel von $n = 2,50$.

Ausserdem untersuchte ich noch einige dickere Glaströge.

Es ergab sich:

Reducirtes χ : 3,0 3,0 3,0 3,05
 2,95 2,9 2,9 2,75

Mittel von $n = 2,75$.

Die lineare Gleichung würde $n = 2,37$ ergeben. Es müssen aber beide Werte vom wahren Wert von n abweichen, da die Bedingungen für die Reflexion bei Glaströgen durch das Hinzukommen zweier weiterer Grenzflächen Luft-Isolator von den der Berechnung zu Grunde liegenden verschieden sind. Die Tröge dienten auch nicht zur genauen Bestimmung ihrer Brechungsexponenten, sondern sie sollten zur Aufnahme von Flüssigkeiten dienen, deren Exponenten man nach dieser Methode bestimmen wollte. Ich nahm zu diesem Zweck an, dass die Abweichungen von den berechneten Werten lediglich eine Folge der Einführung zweier neuen Grenzflächen wären und dass eingefüllte Flüssigkeiten keine weiteren Störungen hervorbrächten. Nahm ich auf diese Weise die für leere Tröge erhaltenen Resultate als Ausgangsdaten, so mussten die aufgestellten Gleichungen ohne weiteres auf die von der Flüssigkeit bewirkte Verschiebung δ anwendbar sein.

Wasser.

Der kleine Glastrog mit 0,34 cm innerem Wandabstand wurde mit ausgekochtem destillirtem Wasser gefüllt und auf den Zinkschirm geklebt.

Tabelle 20.

Einfach-T-Röhre. $\epsilon = 0,34$ cm.

χ	0,6	1,1	1,6	2,1	2,6	3,1	3,4	3,6
α	21,1	24,7	*24,7	23,4	21,6	18,6	17,4*	18,7

χ	4,1	4,6	5,3	5,6	6,6	7,1	7,6	8,6 cm
α	20,4	21,9	*22,1	21,3	18,8	*17,9	18,9	21,6 cm

Reducirtes χ : 1,4, 1,555, 1,478, 1,588.

Dazu muss die Verschiebung 0,063 cm addirt werden, die vom Glastrog allein bewirkt wurde; man erhält $\chi = 1,567$ cm. Aus der Gleichung berechnet sich für die benutzte Wasserschicht: $n = 8,79$.

Ebenso machte ich Versuche mit der Doppel-T-Röhre.

Für absoluten Alkohol fand ich $n = 4,04$.

Es ist diese Methode aber für so stark absorbirende Isolatoren sehr schwer ausführbar. Man könnte einwenden, dass man wohl solche Reflexionen beobachtete, die im Innern der Flüssigkeit und nicht erst am Metall stattfänden, da nach Cole¹⁾ Wasserschichten von 1,1 cm Dicke an fast 97—98 Proc. der Strahlung absorbirten; allerdings gilt dies nur für die von ihm benutzten Wellenlängen. Infolge der anderen erwähnten Uebelstände wurden keine entsprechenden Versuche ausgeführt. Es würde aber auch für Alkohol der erhaltene Wert mit den Resultaten Cole's und Drude's, die die Dispersion für Alkohol untersucht haben, übereinstimmen.

§ 13. Versuchsanordnung III.

Die Einfach-T-Röhre wurde mit dem Ansatz vertical nach unten gestellt. Am Rand des Einschiebrohres wurde ein 2 cm hoher Kranz aus Zinkblech von genau demselben Durchmesser wie die Röhre aufgelötet. Der kleinste Auszug betrug in diesem Fall $C = 2$ cm. Der so gebildete kleine Behälter wurde mit dem flüssigen Dielektricum bis zu einer geeigneten Höhe gefüllt und mit der Einschiebröhre verschoben; dadurch

1) A. D. Cole, Wied. Ann. 57. p. 290. 1896.

konnte die vom Isolator herrührende Verschiebung der Maxima und Minima gemessen werden.

Da sich aus mehreren Versuchen in Luft übereinstimmend eine etwas kleinere Wellenlänge als 10,05 cm ergab, so wurde den Berechnungen des Brechungssexponenten $\lambda = 9,64$ cm zu Grunde gelegt.

Die Gleichung

$$C = \frac{\lambda}{2\pi} \arctg \left\{ \frac{B_1 \pm 1}{B_2} \right\} + \frac{m}{2} \lambda + \varepsilon - 5$$

berücksichtigt wieder die vielfachen Reflexionen.

Terpentinöl.

Tabelle 21.

Einfach-T-Röhre. $\varepsilon = 1,3$ cm.

<i>C</i>	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5
α	17,0	16,3	15,5	14,6*	15,1	16,0	17,8	19,0

<i>C</i>	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0 cm
α	21,2*	21,1	19,2	17,2	16,7	16,1*	16,4 cm

Reducirtes *C*: 1,36, 1,09, 1,27.

Danach wird $n = 1,805$.

Es bedeutet dies eine vollkommene Uebereinstimmung mit dem früheren Resultat.

Steinöl.

Tabelle 22.

Curve 13 (Fig. 9). $\varepsilon = 1,035$ cm.

<i>C</i>	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5
α	22,3	21,3	18,0	17,7	16,9*	17,1	17,9	19,3	21,4	21,2

<i>C</i>	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	10,5	11,0 cm
α	*21,8	20,1	18,6	17,1	*17,0	17,3	17,4	19,4	20,4 cm

Reducirtes *C*: 1,87, 1,84, 1,98.

Daraus folgt $n = 1,454$.

Wasser.

Der aus zwei Beobachtungen sich ergebende Mittelwert von $n = 9,019$ und $D = 81,3$ steht mit den früheren Resultaten in guter Uebereinstimmung.

Es zeigt sich, dass für stark brechende Flüssigkeiten die Berücksichtigung der vielfachen Reflexionen notwendig wird. Für Wasser wäre nach der linearen Formel im ersten Fall $n = 7,71$, im zweiten Fall $n = 13,08$.

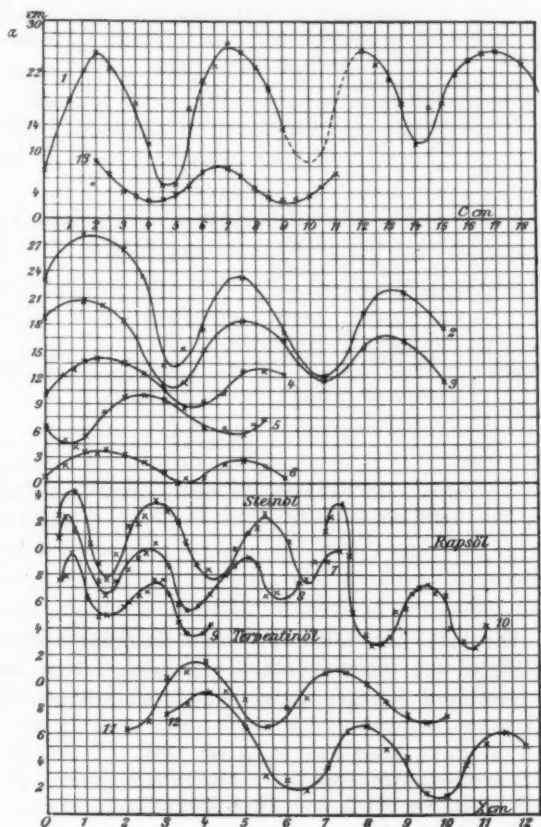


Fig. 9.

§ 14. Zusammenstellung der Ergebnisse aus den Dielektricitäts-constantenbestimmungen.

Ich bezeichne die von mir bestimmten Dielektricitäts-constanten mit D , die von anderen Beobachtern bestimmten mit K . Ich habe $D = n^2$ gesetzt. *) gebe an, dass der Wert aus Beobachtungen mit der Einfach-T-Röhre, **) mit der Doppel-T-Röhre erhalten wurde.

Isolatoren	Methode I			Methode II	Methode III	Andere Beobachter	
	$\lambda/2$		D			$\lambda/2$ Luft	K
	Luft	Flüssig-keit		D	D		
	cm	cm				cm	
Paraffin	—	—	—	2,117*)	—	—	2,098 ^{b)}
Glas	—	—	—	2,149**)	—	—	—
	—	—	—	6,37*)	—	—	6,916 ^{b)}
Steinöl	3,745	2,472	2,29*)	—	2,114*)	∞	2,188 ^{b)}
	3,60	2,67	1,82**)	—	—	—	2,09 ^{d)}
Rapsöl	3,745	2,215	2,85*)	—	—	∞	2,442 ^{b)}
	3,60	2,332	2,39**)	—	—	—	—
Schwefel- kohlenstoff	3,745	2,247	2,77*)	—	—	∞	2,752 ^{b)}
Terpentinöl	3,745	2,074	3,26*)	—	3,26*)	∞	2,259 ^{b)}
	—	—	—	—	—	—	3,54 ^{d)}
Alkohol	—	—	—	16,32**)	—	30	22,467 ^{b)}
	—	—	—	—	—	2,5	10,24 ¹⁾
Wasser	3,745	0,401	87,05*)	77,53**)	81,34*)	155,7	80,1 ¹⁾
	3,60	0,4025	79,99**)	—	—	19,0	83,6 ^{b)}

§ 15. Resultate.

1. Die mit der Quincke'schen Interferenzröhre mit zwei Zweigen und einem Cohärer gemessene Länge der von einem beliebigen Erreger ausgesandten elektrischen Wellen

- 1) A. D. Cole, Wied. Ann. 57. p. 290. 1896.
- 2) P. Drude, Wied. Ann. 54. p. 352. 1895.
- 3) G. Quincke, Wied. Ann. 19. p. 725. 1883.
- 4) Dr. Weber, 1901.
- 5) O. Wiedeburg, Wied. Ann. 59. p. 497. 1896.

hängt nur von den Querdimensionen der Röhre, dagegen nicht von den Längsdimensionen oder von der Grösse und Beschaffenheit der benutzten Cohärer ab. Sie betrug nahezu das 1,6fache des Röhrendurchmessers.

2. Die Interferenzröhre mit zwei Zweigen wirkt als Polarisator, indem sie nur solche Schwingungen durchlässt, die parallel zur Ebene der Interferenzröhre vor sich gehen. Eine vertical gestellte Interferenzröhre lässt die Wellen eines Erregers mit horizontaler Axe nicht durch.

3. Aehnlich wie eine Interferenzröhre mit zwei Zweigen wirkt eine Quincke'sche Interferenzröhre in Form eines T oder Doppel-T auf elektrische Wellen.

4. Die mit der T-Röhre gemessene Wellenlänge steht zu den Querdimensionen in demselben constanten Verhältniss wie bei der Interferenzröhre mit zwei Zweigen.

5. T-Röhren mit verticalem oder horizontalem Interferenzrohr (Ansatz) gaben annähernd dieselben Resultate.

6. Die Wellen pflanzen sich längs der Oberfläche der Metallröhren fort und treten mit kaum verminderter Energie in den freien Luftraum aus.

7. Die Länge der elektrischen Wellen betrug im Innern der Röhren annähernd 10 cm, ausserhalb in freier Luft 7,5 cm.

8. Wird der Ansatz der T-förmigen Interferenzröhren mit isolirenden Flüssigkeiten gefüllt, so lässt sich die Wellenlänge im Innern der Flüssigkeiten und durch Vergleich mit der Wellenlänge in Luft die Dielektricitätsconstante bestimmen.

9. Die aus dem Ansatz der T-förmigen Interferenzröhre in die freie Luft ausgetretenen und an einem Metallschirm in die Röhre zurückgeworfenen Wellen können ausserhalb der T-Röhre Flüssigkeitsschichten verschiedener Länge durchlaufen. Der Vergleich der Wellenlängen in der Flüssigkeit und im freien Luftraum, die etwa $\frac{3}{4}$ der im Rohrrinnen gemessenen Längen sind, giebt die Dielektricitätsconstante der Flüssigkeit.

10. Durch die Grösse der Verschiebung, die die Maxima und Minima der stehenden Wellenbewegung gegen ihre Lage für Luft erfahren, wenn die Wellen eine bestimmte Schicht-

dicke eines festen oder flüssigen Isolators durchlaufen, lässt sich ebenfalls die Dielektricitätsconstante des Isolators bestimmen.

Es sei mir zum Schluss gestattet, auch an dieser Stelle Hrn. Geheimerat Professor Quincke für die Anregung zu dieser Arbeit und die lebenswürdige Unterstützung meinen aufrichtigsten Dank auszusprechen. Auch Hrn. Professor Precht bin ich für das warme Interesse und die zahlreichen Anregungen zu innigstem Dank verpflichtet.

Kiel, Physikal. Institut, 14. Februar 1902.

(Eingegangen 16. Februar 1902.)

3. Ueber die Abbildung einer Ebene durch ein Prisma; von R. Straubel.

In einer früheren Arbeit¹⁾ war die Frage behandelt, wie wird ein ebenes Object von unendlich dünnen, ein Prisma mit minimaler Ablenkung durchlaufenden Büscheln abgebildet?

Dabei wurde der von Helmholtz²⁾ gegebene Satz benutzt, dass ein unendlich dünnes Büschel homocentrischer Strahlen, welches von einem endlich entfernten Punkte ausgeht, nach dem Durchtritt durch ein Prisma homocentrisch bleibt, wenn es im Minimum der Ablenkung durchgetreten ist. Auf Grund dieses Satzes schien es genügend zu sein, den Verlauf der Strahlen in *einem* der beiden Hauptschnitte, also *entweder* dem Tangential- oder dem Sagittalschnitt, zu untersuchen.

Nun ist aber der von Helmholtz gegebene Satz, so allgemein wie oben ausgesprochen, nicht richtig³⁾ und kann, in der erforderlichen Weise beschränkt, auf den behandelten Fall nicht angewendet werden.

Ein mit geringster Ablenkung durch ein Prisma hindurchtretendes Büschel bleibt nämlich, wie auch aus dem von Helmholtz gegebenen Beweise hervorgeht, nur *insoweit* homocentrisch, als man den vom Lichte im Prisma durchlaufenen Weg vernachlässigen kann, und zwar ist die astigmatische Differenz dem letzteren Wege direct proportional. Für den Neigungsunterschied der einer Objectebene entsprechenden beiden Bildebenen ist aber natürlich nur das Verhältniss der beiden obigen Grössen maassgeblich, und dieses besitzt einen endlichen Wert.

Die frühere Untersuchung wäre deshalb zu ergänzen, und zwar, da sie mit tangentialen, im Hauptschnitt des Prismas

1) R. Straubel, Wied. Ann. **66**. p. 346. 1898.

2) H. v. Helmholtz, Handbuch der physiologischen Optik p. 256. 1867; vgl. auch Wissensch. Abhandl. 2. p. 173. 1883.

3) A. Gleichen, Zeitschr. f. Mathem. u. Phys. **34**. p. 161. 1889; L. Burmester, Zeitschr. f. Mathem. u. Phys. **40**. p. 65. 1895.

verlaufenden ebenen Büscheln angestellt wurde, nach der Seite der sagittalen hin.

Da aber die Aufrichtung eines Bildes durch ein Prisma, d. h. die Senkrechtstellung zu den abbildenden Strahlen neuerdings für optische Constructionen Interesse gewonnen hat, sollen die früheren Betrachtungen erweitert werden. Object- und Bildebenen sollen der Kante des Prismas parallel angenommen werden, ferner sollen die Hauptstrahlen der unendlich dünnen, abbildenden Büschel im Hauptschnitt des Prismas verlaufen; dagegen soll die Beschränkung fallen, dass die Hauptstrahlen das Prisma im Minimum der Ablenkung durchsetzen; auch mögen die einfallenden Büschel bereits astigmatisch sein, ihre Brennpunkte aber parallel bez. senkrecht zur Prismenkante liegen.

Grundformeln.

Die Lichtwege zwischen den beiden „Objectpunkten“ (den Componenten eines astigmatischen Objectpunktes) und der ersten Prismenfläche bez. den beiden Bildpunkten und der zweiten Prismenfläche seien ϱ'_1 , ϱ''_1 bez. ϱ'_2 , ϱ''_2 , und zwar soll *ein* Strich sich auf Tangential-, *zwei* Striche sich auf Sagittalbüschel beziehen. Ferner bedeute b den im Prisma zurückgelegten Weg, n den Brechungsexponenten, i_1 , r_1 , r_2 , i_2 der Reihe nach die Winkel zwischen Lichtstrahl und den Normalen der Prismenflächen. Dann bestehen bekanntlich die Gleichungen:

$$n \varrho'_2 \left(\frac{\cos r_2}{\cos i_2} \right)^2 = b + n \varrho'_1 \left(\frac{\cos r_1}{\cos i_1} \right)^2 \quad (\text{Tangentialbüschel}),$$

$$n \varrho''_2 = b + n \varrho''_1 \quad (\text{Sagittalbüschel}).$$

Subtrahiren wir diese Gleichungen von den entsprechenden auf die Kante des Prismas bezüglichen ($b = 0$) und ersetzen die Differenzen der Werte von ϱ'_1 , ϱ''_1 , ϱ'_2 , ϱ''_2 durch die aus Fig. 1 zu nehmenden Werte:

$$(\operatorname{tg} \mu'' + \operatorname{tg} i_1) \frac{b \cos i_1 \cos r_2}{\sin \alpha},$$

bez.

$$(\operatorname{tg} \mu' - \operatorname{tg} i_2) \frac{b \cos i_2 \cos r_1}{\sin \alpha},$$

in denen die μ 's und ν 's die Neigungen der Normalen der Object- bez. Bildebenen gegen die Lichtstrahlen und α den Prismenwinkel bedeutet, so erhält man für den Zusammenhang zwischen Bild- und Objectneigungen die beiden Grundgleichungen:

$$(\operatorname{tg} \nu' - \operatorname{tg} i_2) \frac{\cos r_2}{\cos i_2} - (\operatorname{tg} \mu' + \operatorname{tg} i_1) \frac{\cos r_1}{\cos i_1} = - \frac{\sin \alpha}{n \cos r_1 \cos r_2},$$

$$(\operatorname{tg} \nu'' - \operatorname{tg} i_2) \frac{\cos i_2}{\cos r_2} - (\operatorname{tg} \mu'' + \operatorname{tg} i_1) \frac{\cos i_1}{\cos r_1} = - \frac{\sin \alpha}{n \cos r_1 \cos r_2},$$

oder nach einigen Umformungen:

$$\operatorname{tg} \nu' \frac{\cos r_2}{\cos i_2} - \operatorname{tg} \mu' \frac{\cos r_1}{\cos i_1} = \frac{(n^2 - 1) \sin \alpha}{n \cos r_1 \cos r_2} \cdot \frac{1 - \sin i_1 \sin i_2 \cos(r_1 - r_2)}{\cos^2 i_1 \cos^2 i_2},$$

$$\operatorname{tg} \nu'' \frac{\cos i_2}{\cos r_2} - \operatorname{tg} \mu'' \frac{\cos i_1}{\cos r_1} = \frac{(n^2 - 1) \sin \alpha}{n \cos r_1 \cos r_2}.$$

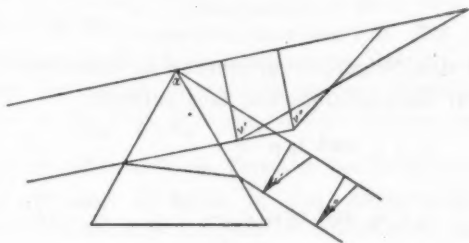


Fig. 1.

Folgerungen aus den Grundgleichungen.

Aus den Grundgleichungen folgen zunächst die Sätze:

1. Für Tangential- wie für Sagittalbündel sind Object- und Bildneigung¹⁾ im allgemeinen voneinander verschieden, in dessen kann man für beide Bündelarten und für jede Strahlenneigung (i_1, r_1, r_2, i_2) ein Paar conjugirter Ebenen finden, deren Neigungen ein beliebiges Verhältniß besitzen. Beim Minimum der Ablenkung entspricht der Fall gleicher Object- und Bildneigung Ebenen, die *parallel* den abbildenden Bündeln liegen.

1) Unter Object- bez. Bildneigung sollen im Folgenden die Werte von $\operatorname{tg} \mu$ bez. $\operatorname{tg} \nu$ verstanden sein.

2. Einem (zu den abbildenden Büscheln) normalen Objecte entspricht *nie* ein normales Bild.

3. Neigungsvergrößerung ($\text{tg } \nu' > \text{tg } \mu'$) bei der Abbildung durch ein Prisma tritt für Tangentialbüschel ein, falls

$$\text{tg } \mu' (\cos i_1 \cos r_2 - \cos i_2 \cos r_1) < \frac{n^2 - 1}{n} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1 - \sin i_1 \sin i_2 \cos (r_1 - r_2)}{\cos r_1 \cos r_2 \cos i_1 \cos i_2},$$

für Sagittalbüschel, falls

$$\text{tg } \mu'' (\cos i_2 \cos r_1 - \cos i_1 \cos r_2) < \frac{n^2 - 1}{n} \cdot \sin \alpha;$$

Neigungsverminderung in den entgegengesetzten Fällen. Da nun für $i_1 \geq i_2$

$$\Delta = \cos i_2 \cos r_1 - \cos i_1 \cos r_2 \geq 0$$

und andererseits

$$k^2 = \frac{1 - \sin i_1 \sin i_2 \cos (r_1 - r_2)}{\cos r_1 \cos r_2 \cos i_1 \cos i_2} \text{ immer } > 0,$$

so ergibt sich Neigungsvergrößerung in folgenden Fällen:

A) Für Tangentialbüschel, falls entweder

$$i_1 > i_2 \text{ und } \text{tg } \mu' > - \frac{n^2 - 1}{n} \cdot \frac{\sin \alpha}{\Delta} \cdot k^2,$$

oder

$$i_1 < i_2 \text{ und } \text{tg } \mu' < - \frac{n^2 - 1}{n} \cdot \frac{\sin \alpha}{\Delta} \cdot k^2.$$

B) Für Sagittalbüschel, falls entweder:

$$i_1 > i_2 \text{ und } \text{tg } \mu'' < \frac{n^2 - 1}{n} \cdot \frac{\sin \alpha}{\Delta},$$

oder

$$i_1 < i_2 \text{ und } \text{tg } \mu'' > \frac{n^2 - 1}{n} \cdot \frac{\sin \alpha}{\Delta}.$$

Das Minimum der Ablenkung ist dadurch vor jedem anderen Strahlenverlaufe ausgezeichnet, dass Neigungsvergrößerung oder Neigungsverminderung sich nicht durch die Wahl der Objectstellung erzielen lässt, sondern für *jede* Objectstellung nur Neigungsvergrößerung stattfindet.

4. Nennen wir „entsprechende“ Stellungen des Prismas solche, für welche die Ein- und Austrittswinkel (i_1 und i_2) miteinander vertauscht sind, die Strahlenablenkung also dieselbe ist, so erhalten wir, da die rechten Seiten der Grundgleichungen in Bezug auf i_1, r_1 und i_2, r_2 symmetrisch sind, für

die beiden derselben (durch μ charakterisirten) Objectstellung angehö-
rigen Bildneigungen ν'_1, ν'_2 bez. ν''_1, ν''_2 folgende Zusammenhänge:

$$(\operatorname{tg} \nu'_1 + \operatorname{tg} \mu') \frac{\cos r_2}{\cos i_2} = (\operatorname{tg} \nu'_2 + \operatorname{tg} \mu') \frac{\cos r_1}{\cos i_1} \quad (\text{Tangentialbüschel}),$$

$$(\operatorname{tg} \nu''_1 + \operatorname{tg} \mu'') \frac{\cos i_2}{\cos r_2} = (\operatorname{tg} \nu''_2 + \operatorname{tg} \mu'') \frac{\cos i_1}{\cos r_1} \quad (\text{Sagittalbüschel}).$$

Ist nun $i_1 > i_2$ und demnach

$$\frac{\cos r_1}{\cos i_1} > \frac{\cos r_2}{\cos i_2},$$

so bekommen wir, je nachdem $\operatorname{tg} \nu'_1 + \operatorname{tg} \mu'$ und also auch $\operatorname{tg} \nu'_2 + \operatorname{tg} \mu' \geq 0$:

$$\operatorname{tg} \nu'_1 \geq \operatorname{tg} \nu'_2;$$

analog ergibt sich, je nachdem $\operatorname{tg} \nu''_1 + \operatorname{tg} \mu''$ und $\operatorname{tg} \nu''_2 + \operatorname{tg} \mu'' \geq 0$:

$$\operatorname{tg} \nu''_1 \leq \operatorname{tg} \nu''_2.$$

Die mittlere Neigung von Object- und Bildebene hat für zwei „entsprechende“ Stellungen also erstens stets dasselbe Vorzeichen. Ist dieses positiv, so entspricht dem grösseren von zwei entsprechenden Einfallswinkeln bei Tangentialbüscheln die grössere, bei Sagittalbüscheln die kleinere Bildneigung; das umgekehrte ist der Fall, falls die mittlere Neigung negativ ist.

Genauere Discussion des Verlaufes der Bildneigung.

Einen weiteren Einblick in den Zusammenhang von Object- und Bildneigung und Strahlenverlauf erhält man durch die dem streifenden Eintritt und Austritt des Lichtes entsprechenden Werte von $\operatorname{tg} \nu'$, $\operatorname{tg} \nu''$ und ihren Differentialquotienten, denen die dem Minimum der Ablenkung entsprechenden Werte hinzugefügt werden mögen.

A. Untersuchung für das den Tangentialbüscheln entsprechende Bild.

Streifender Eintritt:

$$\operatorname{tg} \nu' = +\infty, \quad \frac{d \operatorname{tg} \nu'}{d(-i_1)} = - \frac{\alpha^2}{[\cos^2 i_1]_{i_1 = \frac{\pi}{2}}}.$$

Minimum der Ablenkung:

$$\operatorname{tg} \nu' = \operatorname{tg} \mu' + \frac{2 \operatorname{tg} i}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{n^2 - 1}{n^2},$$

$$\frac{d \operatorname{tg} \nu'}{d(-i_1)} = - \frac{n^2 - 1}{n^2} \cdot \frac{\operatorname{tg} i}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} (\operatorname{tg} \nu' + \operatorname{tg} \mu').$$

Streifender Austritt:

$$\operatorname{tg} \nu' = +\infty, \quad \frac{d \operatorname{tg} \nu'}{d(+i_2)} = \frac{\beta^2}{[\cos^2 i_2]_{i_2 = \frac{\pi}{2}}},$$

worin α^2 und β^2 reelle positive, von Null verschiedene Werte haben.

Die Bildneigung ist also unabhängig von der Objectneigung für streifenden Ein- und Austritt $+\infty$ und erreicht demnach zwischen diesen äussersten Werten mindestens ein Minimum. Dieses wird nach kleineren Einfallswinkeln (i_1) verschoben, falls man zu grösseren Werten der Objectneigung übergeht, und umgekehrt nach grösseren Einfallswinkeln, falls man zu kleineren Objectneigungen übergeht. Für senkrechte Objectstellung ($\operatorname{tg} \mu' = 0$) ist der Einfallswinkel für minimale Bildneigung kleiner als der dem Minimum der Strahlablenkung entsprechende.

Soll beim Minimum der Strahlablenkung gleichzeitig das Minimum der Bildneigung eintreten, so muss die Objectneigung

$$\operatorname{tg} \mu' = -\frac{n^2 - 1}{n} \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}$$

sein.

B. Untersuchung für das den Sagittalebüscheln entsprechende Bild.

Bei streifendem Eintritt hat $\operatorname{tg} \nu''$ einen positiven, endlichen, von $\operatorname{tg} \mu''$ unabhängigen Wert; beim Minimum der Ablenkung ergibt sich:

$$\operatorname{tg} \nu'' - \operatorname{tg} \mu'' = 2 \cdot \frac{n^2 - 1}{n^2} (\operatorname{tg} i_1)_{i_1 = i_2};$$

beim streifenden Austritt wird $\operatorname{tg} \nu'' \pm \infty$, je nachdem

$$\operatorname{tg} \mu'' (\cos i_1 \cos r_2)_{i_2 = \frac{\pi}{2}} + \frac{n^2 - 1}{n} \sin \alpha \geq 0.$$

Die Differentialquotienten von $\operatorname{tg} \nu''$ sind im Gegensatz zu dem vorigen Falle relativ einfache Ausdrücke und sollen deshalb allgemein angegeben werden. Wir wollen die beiden Formeln hersetzen:

$$\frac{d \operatorname{tg} \nu''}{d(-i_1)} \cdot \frac{n \cos^3 i_2 \cos^3 r_1}{(n^2 - 1) \sin \alpha} = \operatorname{tg} \mu'' (1 - n^2 \sin r_1 \sin r_2 \cos r_1 - r_2) - \frac{\cos i_1}{n} (\sin r_1 - n^2 \sin r_2 \cos r_1 - r_2)$$

und

$$\frac{d \operatorname{tg} \nu''}{d(+i_2)} \cdot \frac{n \cos^2 i_1 \cdot \cos^2 r_2 \cdot \cos i_2 \cdot \cos r_1}{(n^2 - 1) \sin \alpha} = \operatorname{tg} \nu'' (1 - n^2 \sin r_1 \sin r_2 \cos r_1 - r_2) + \frac{\cos i_2}{n} (\sin r_2 - n^2 \sin r_1 \cos r_1 - r_2).$$

Für das Minimum der Ablenkung ergibt sich aus der ersteren Formel:

$$\left[\frac{d \operatorname{tg} \nu''}{d(-i_1)} \right]_{i_1 = i_2} = \frac{2(n^2 - 1)}{n^2} \frac{\operatorname{tg} i}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} \left\{ \operatorname{tg} \mu'' + \frac{n^2 - 1}{n^2} \operatorname{tg} i \right\},$$

worin

$$i = i_1 = i_2.$$

Aus den gegebenen Formeln lassen sich leicht folgende Schlüsse ziehen:

1. Uebersteigt die Objectneigung einen bestimmten (vom Brechungsexponenten und Prismenwinkel abhängigen) positiven oder liegt sie unter einem bestimmten negativen Betrag, so giebt es keine Grenzwerte für die Bildneigung, vielmehr nimmt diese von einem festen, dem streifenden Eintritt entsprechenden Werte bis zu $\pm\infty$ zu oder ab.

2. Wird die Objectneigung kleiner als der obige positive, bleibt aber grösser als der obige negative Betrag, so sind Grenzwerte möglich. Die Erörterung der Zahl und Lage der Grenzwerte ist ziemlich weitläufig und soll deshalb allgemein hier nicht gegeben werden. Es folgt indess ohne weiteres, dass einerseits für positive Werte der Objectneigung ($\operatorname{tg} \mu'' > 0$) und andererseits für negative Werte, die kleiner als

$$- \frac{n^2 - 1}{n} \cdot \frac{\sin \alpha}{(\cos i_1 \cos r_2)} \quad i_2 = \frac{\pi}{2}$$

sind, eine *gerade* Anzahl (die Null eingeschlossen) von Grenzwerten existirt, sowie, dass für das Zwischengebiet der Objectneigungen eine *ungerade*, in der Nähe der Grenzen um eins grössere oder geringere Zahl von Grenzwerten vorhanden ist. Das Verschwinden oder Neuauftreten eines Grenzwertes kommt

natürlich dadurch zu stande, dass dieser von irgend einer Seite auf den streifenden Ein- bez. Austritt zu wandert. Geht man vom streifenden Eintritt zum streifenden Austritt über, so nimmt die Bildneigung an der ersteren Stelle zu oder ab, je nachdem $\operatorname{tg} \mu'' \geq 0$, an der letzteren Stelle, je nachdem

$$\operatorname{tg} \mu'' (\cos i_1 \cos r_2)_{i_2 = \frac{\pi}{2}} + \frac{n^2 - 1}{n} \sin \alpha \geq 0 \text{ ist.}$$

Discussion der Grenzkurven.

Eine besondere Beachtung verdienen die Grenzen der Gebiete, d. h. diejenigen Fälle, dass

$$\operatorname{tg} \mu'' = 0$$

(erste Grenze) bez. dass

$$\operatorname{tg} \mu'' = - \frac{n^2 - 1}{n} \frac{\sin \alpha}{(\cos i_1 \cos r_2)_{i_2 = \frac{\pi}{2}}}$$

(zweite Grenze). Für die erstere gilt dies auch aus dem Grunde, weil sie im wesentlichen gleich ist der Curve der Objectneigungen, für die die Bildneigung verschwindet.

Erste Grenze ($\operatorname{tg} \mu'' = 0$).

Im ersteren Falle haben wir:

$$\frac{d \operatorname{tg} \nu''}{d(-i_1)} \frac{n^2 \cos^3 i_2 \cos^3 r_1}{n^2 - 1} = - \sin \alpha \cdot \cos i_1 \cdot (\sin r_1 - n^2 \sin r_2 \cos r_1 - r_2),$$

und beim streifenden Eintritt:

$$\frac{d^2 \operatorname{tg} \nu''}{d(-i_1)^2} = - \frac{n^2 - 1}{n^3} \sin \alpha \left[\frac{\sin r_1 - n^2 \sin r_2 \cos r_1 - r_2}{\cos^3 i_1 \cos^3 r_1} \right]_{i_1 = \frac{\pi}{2}}.$$

Die Maxima und Minima liegen also einerseits, wie schon klar, beim streifenden Eintritt, andererseits an den der Gleichung

$$\sin r_1 - n^2 \sin r_2 \cos r_1 - r_2 = 0$$

genügenden Stellen. Um die Zahl und Lage der Wurzeln dieser Gleichung zu bestimmen, bringt man sie am besten in die Form:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg} \cdot \frac{r_1 - r_2}{2} \cdot \frac{n^2 \cos r_1 - r_2 - 1}{n^2 \cos r_1 - r_2 + 1}.$$

Nun ist schon für einen Brechungsexponenten 1 der Bereich von $r_1 - r_2$ auf das Intervall $\pm (\pi - \alpha)$ beschränkt und für $n > 1$ führt weitere Beschränkungen die Totalreflexion ein, sodass z. B. für $n = \sqrt{2} = 1,414$ (n_D für Flussspat 1,434) $r_1 - r_2$ bereits die Grenze

$$\pm \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

nicht überschreiten darf. Berücksichtigt man weiter, dass schon für $n = \sqrt{2}$ stumpfe Prismenwinkel ausgeschlossen sind, so kann man leicht einsehen, dass für $n > \sqrt{2}$ — und hierauf wollen wir uns beschränken — *höchstens eine* Lösung der obigen Gleichung vorhanden sein kann; sie würde einem Minimum der Bildneigung entsprechen und zu einem positiven $r_1 - r_2$ gehören, d. h. der Einfallswinkel für kleinste Bildneigung würde grösser als der dem Minimum der Strahlablenkung entsprechende sein. Das Minimum würde ferner zu grösseren Einfallswinkeln hin verschoben werden, falls man zu grösseren (positiven) Objectneigungen übergeht, zu kleineren im umgekehrten Falle.

Es erübrigt schliesslich noch, die Frage zu entscheiden, wann — und zwar wiederum unter der Bedingung $n > \sqrt{2}$ — die obige Lösung existirt.

Die Function $\sin r_1 - n^2 \sin r_2 \cos r_1 - r_2$ hat beim streifenden Austritt einen von Null verschiedenen negativen Wert; sie wird also nur dann einmal Null, falls sie beim streifenden Eintritt einen positiven Wert hat. — Die Grenze zwischen den beiden Gebieten bildet der Fall, dass die Function gerade beim streifenden Eintritt Null wird.

Diese Bedingung liefert eine Beziehung zwischen Brechungsexponent und Prismenwinkel. Ist für einen Brechungsexponenten der Prismenwinkel oder umgekehrt für einen Prismenwinkel der Brechungsexponent grösser als der aus dieser Be-

ziehung folgende, so giebt es *kein* Minimum der Bildneigung; in dem anderen Falle ist ein solches vorhanden.

Die fragliche Beziehung erhält man wohl am einfachsten, wenn man in die identische Gleichung

$$n^2 \cos^2(\alpha - r_1) = n^2 \cos^2 r_2$$

die aus

$$n \sin r_1 = 1 \quad \text{und} \quad n^3 \sin r_2 \cos r_1 - r_2 = 1$$

für r_1 und r_2 folgenden Werte einsetzt. Da

$$n^2 \cos^2 r_2 = \frac{n^2 - 1}{2n^2} (n^2 + 2 + \sqrt{n^4 + 4})$$

wird, erhält man:

$$a \operatorname{tg}^2 \alpha + 2c \operatorname{tg} \alpha + b = 0,$$

worin

$$a = 1 - (n^2 - 1)\sigma,$$

$$b = (n^2 - 1)(1 - \sigma),$$

$$c = + \sqrt{n^2 - 1},$$

σ aber den Ausdruck

$$\frac{n^2 + 2 + \sqrt{n^4 + 4}}{2n^2}$$

bedeutet.

Die Discussion zeigt, dass für $n^2 > 1$ die Gleichung

$$a \operatorname{tg}^2 \alpha + 2c \operatorname{tg} \alpha + b = 0$$

stets reelle Wurzeln hat, aber es ist natürlich nicht sicher, dass die Wurzeln immer den Ausdruck

$$\sin r_1 - n^2 \sin r_2 \cos r_1 - r_2$$

beim streifenden Eintritt verschwinden lassen.

Zunächst kann gezeigt werden, dass in

$$\sigma = \frac{n^2 + 2 + \sqrt{n^4 + 4}}{2n^2}$$

nicht *beide* Wurzelzeichen möglich sind, sondern nur das positive, σ also stets > 1 und $b < 0$ sein muss.

Der Beweis soll sich aus zwei Einzelbeweisen zusammensetzen, einen für $a < 0$, einen anderen für $a > 0$.

$a < 0$, $b > 0$ ist unmöglich, weil diese Bedingungen

$$1 > \sigma > \frac{1}{n^2 - 1},$$

also $n^2 > 2$ verlangen, die Gleichung

$$\sigma > \frac{1}{n^2 - 1}$$

aber, wie eine einfache Discussion zeigt, $n^2 < \frac{3}{2}$ erfordert.

Für $a > 0$, $b > 0$ muss der Beweis anders geführt werden. Da c immer einen positiven Wert hat, so handelt es sich um zwei *negative* Werte von $\operatorname{tg} \alpha$, d. h. stumpfe Prismenwinkel und demnach nur noch um Brechungsexponenten $< \sqrt{2}$.

Soll ein Strahl durch ein Prisma hindurchtreten können, so muss

$$n \sin \frac{\alpha}{2} < 1 \quad \text{oder} \quad n^2(1 - \cos \alpha) < 2$$

sein. Daraus folgt aber, dass der *absolute* Wert von $\operatorname{tg} \alpha$

$$[\operatorname{tg} \alpha] > \frac{2\sqrt{n^2 - 1}}{2 - n^2}$$

sein muss. In diese Ungleichung setzen wir den Wert von

$$[\operatorname{tg} \alpha] = + \frac{c \mp \sqrt{c^2 - ab}}{a}$$

und behandeln nacheinander die Fälle

$$a \geq 1 - \frac{n^2}{2}.$$

Im ersteren Falle ist das negative Zeichen von $\sqrt{c^2 - ab}$ sofort ausgeschlossen; das positive würde, wie eine weitere Discussion zeigt, auf

$$\sigma > \frac{1}{n^2 - 1}$$

führen und ist deshalb ebenfalls unmöglich. Die zweite Annahme

$$a < 1 - \frac{n^2}{2} \quad \text{oder} \quad \sigma > \frac{n^2}{2(n^2 - 1)}$$

widerspricht aber für $n^2 < 2$ der Forderung $\sigma < 1$.

Somit bleibt nur der Fall $b < 0$, $\sigma > 1$, d. h. dass in σ das Wurzelzeichen positiv genommen wird.

Wie man leicht findet, entspricht $b < 0$, $a < 0$ dem Falle, dass $n^2 > \frac{3}{2}$ und $b < 0$, $a > 0$ dem Falle $n^2 < \frac{3}{2}$. Im ersteren Falle liefert die obige Gleichung zwei positive Wurzeln von $\operatorname{tg} \alpha$, im letzteren eine positive und eine negative. Man kann nun weiter beweisen, dass die kleinere positive Wurzel im ersteren Falle und die positive im zweiten Falle der obigen Forderung nicht entsprechen, und so bleiben nur die grösseren von den beiden Prismenwinkeln übrig.

Der Beweis braucht aus Continuitätsgründen einerseits und infolge der Ungleichheit der Wurzeln andererseits bloss für einen Specialfall geführt zu werden. Wir wählen dazu den Fall, dass $a > 0$ und $r_2 > 0$, also $\alpha > r_1$ und deshalb

$$\operatorname{tg} \alpha > \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

ist. Dies würde, wie eine einfache Erörterung zeigt,

$$[\sigma(n^2 - 1) - 1][\sigma(n^2 - 1) - n^2] < 0,$$

d. h.

$$\frac{n^2}{n^2 - 1} > \sigma > \frac{1}{n^2 - 1}$$

erfordern, während aus $a > 0$

$$\sigma < \frac{1}{n^2 - 1}$$

folgt.

In der folgenden Tabelle sind einige zusammengehörige Brechungsexponenten und Prismenwinkel gegeben:

$$\begin{array}{l} n \quad 1 \quad . \quad \sqrt{1,25} \quad . \quad \sqrt{1,5} \quad . \quad \sqrt{1,75} \quad . \quad \sqrt{2} \quad . \quad \sqrt{2,25} \quad . \quad \sqrt{4} \quad . \quad \sqrt{10} \quad . \quad \infty \\ \alpha \quad 180 \quad . \quad 111^\circ 23' \quad . \quad 90^\circ \quad . \quad 76^\circ 46' \quad . \quad 67^\circ 30' \quad . \quad 60^\circ 36' \quad . \quad 37^\circ 46' \quad . \quad 20^\circ 20' \quad . \quad 0. \end{array}$$

Beispielsweise ist für einen Brechungsexponenten 1,5 für alle Prismenwinkel $> 60^\circ 36'$ kein Minimum der Bildneigung (Objectneigung = 0), für alle kleineren Prismenwinkel dagegen ein solches vorhanden; ebenso existirt bei einem Prismenwinkel von $60^\circ 36'$ für alle Brechungsexponenten $> 1,5$ kein Minimum, für alle $< 1,5$ aber ein solches.

Zweite Grenze

$$\left(\operatorname{tg} \mu'' (\cos i_1 \cos r_2)_{i_2 = \frac{\pi}{2}} + \frac{n^2 - 1}{n} \sin \alpha = 0 \right).$$

Die zweite Grenzcurve, nämlich diejenige, für welche

$$\operatorname{tg} \mu'' (\cos i_1 \cos r_2)_{i_2 = \frac{\pi}{2}} + \frac{n^2 - 1}{n} \sin \alpha = 0,$$

kann kürzer behandelt werden. $\operatorname{tg} \mu''$ hat beim streifenden Eintritt zunächst den positiven, für alle Objectneigungen gleichen Wert und nimmt, wenn man sich vom streifenden Eintritt entfernt, zunächst ab. Die Frage ist, wie verhält sich die Bildneigung in der Nähe des streifenden Austrittes? Entwickelt man den Ausdruck

$$\cos i_1 \cos r_2 - (\cos i_1 \cos r_2)_{i_2 = \frac{\pi}{2}}$$

in der Nähe des streifenden Austrittes nach Potenzen der kleinen Grösse $\cos i_2$, so erhält man, wenn man sich auf das erste Glied beschränkt,

$$\operatorname{tg} \mu'' = - \frac{(n^2 - 1) \sin \alpha}{n (\cos i_1 \cos r_2)_{i_2 = \frac{\pi}{2}}} \cdot \frac{\cos i_2}{\cos i_1} \cdot \frac{\sin r_2 - n^2 \sin r_1 \cos r_1 - r_2}{n \cos r_1 \cos r_2}.$$

Die Bildneigung ist also in der Nähe des streifenden Austrittes unendlich klein, und zwar positiv oder negativ, je nachdem $\sin r_2 - n^2 \sin r_1 \cos r_1 - r_2 \leq 0$. Daraus folgt, dass mindestens *ein* und zwar negatives Minimum vorhanden ist, falls $\sin r_2 - n^2 \sin r_1 \cos r_1 - r_2$ beim streifenden Austritt einen positiven Wert hat, dagegen keines vorhanden zu sein und die Bildneigung nur positive Werte zu haben braucht, falls jene Function beim streifenden Austritt einen negativen Wert hat. Die Untersuchung, ob jene Function beim streifenden Austritt positiv oder negativ ist, ist aber früher bereits erledigt, und es folgt:

Hat die erste Grenzcurve ($\operatorname{tg} \mu'' = 0$) ausser dem Minimum beim streifenden Eintritt ein weiteres, so hat auch die zweite Grenzcurve ein Minimum; hat die erstere kein weiteres, so

braucht — und wird wahrscheinlich allgemein — auch die zweite Grenzcure kein Minimum haben.

Durch diese Betrachtungen dürfte bereits eine genügende Einsicht in den Zusammenhang von Object- und Bildneigung und Strahlenverlauf gewonnen sein; gleichwohl sind im Interesse grösserer Anschaulichkeit noch einige Curven (Figg. 2 u. 3) gegeben. Die Ordinaten dieser Curven stellen

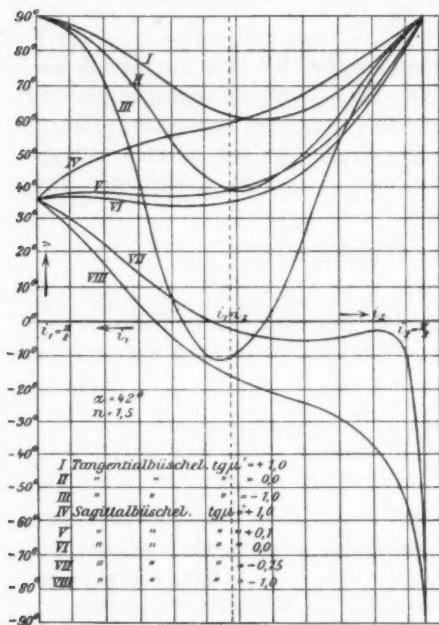


Fig. 2.

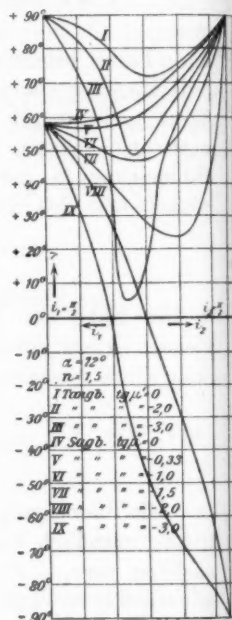


Fig. 3.

Bildneigungen (v' , v'') dar und zwar für einen Brechungs-exponenten 1,5 und für zwei Prismenwinkel, von denen der eine unter, der andere über dem oben abgeleiteten kritischen Wert liegt. Als Abscisse dient auf den linken Hälften der Figur i_1 , auf den rechten i_2 , und zwar laufen die Abscissen von dem der geringsten Ablenkung entsprechenden gleichem Werte ($i = i_1 = i_2$) in entgegengesetzter Richtung nach beiden Seiten bis zum Werte $\pi/2$.

Homocentrische, zu den Büscheln senkrechte Abbildung einer Ebene.

Wie einerseits aus unseren früheren Formeln für den Zusammenhang zwischen Object- und Bildneigung sich ergibt, andererseits aber bereits aus Untersuchungen von Burmester bekannt ist, giebt es unter Umständen homocentrische Abbildung einer Objectebene durch ein Prisma. Alle diese Ebenen gehen natürlich durch die Kante des Prismas. Verschiebt man eine Objectebene aus dieser Stellung „parallel zu sich“, so bleiben die Bildebenen der Tangential- und Sagittalbüschel einander parallel, entfernen sich aber der Objectverschiebung proportional voneinander.

Im Folgenden soll nun die Frage behandelt werden, ob eine solche, durch Elementarbüschel mit parallelen Hauptstrahlen *homocentrisch abgebildete Ebene senkrecht* zu den abbildenden Büscheln stehen kann? Dieser Fall — die Aufrichtung eines zur optischen Axe geneigten, im übrigen corrigierten, ebenen, monochromatischen Objectfeldes — darf, wenn auch in den seltensten Fällen die Monochromasie und der hier angenommene parallele Hauptstrahlenverlauf (Lage der Eintrittspupille im Unendlichen) vorliegen wird, ein gewisses technisches Interesse in Anspruch nehmen.

Aus den Grundformeln folgt für $\text{tg } \nu' = \text{tg } \nu'' = 0$ und $\text{tg } \mu' = \text{tg } \mu''$ die Beziehung:

$$1 - n^2 \sin r_1 \sin r_2 \cos r_1 - r_2 - \cos^2 r_1 \cos^2 i_2 = 0,$$

oder nach einigen Umformungen:

$$1 + (n^2 - 1) \cos 2 r_1 = \frac{n^2}{2} (\sin 2 r_1 \sin 2 r_2 + 2 \cos 2 r_1 \cos 2 r_2).$$

Je nachdem man diese Gleichung nach r_2 oder r_1 ordnet, lassen sich für r_1 bez. r_2 Grenzwerte angeben. Im ersteren Falle erhält man:

$$\begin{aligned} \sin^2 2 r_2 (\sin^2 2 r_1 - T_1^2) + 4 \sin 2 r_2 \cos 2 r_2 \sin 2 r_1 \cos 2 r_1 \\ + \cos^2 2 r_2 (4 \cos^2 2 r_1 - T_1^2) = 0, \end{aligned}$$

worin

$$\frac{T_1 n^2}{2} = 1 + (n^2 - 1) \cos 2 r_1.$$

Soll die Gleichung reelle Wurzeln haben, so muss

$$\sin^2 2r_1 + 4 \cos^2 2r_1 - T_1^2 \geq 0$$

sein, woraus sich

$$\cos 2r_1 \leq \frac{n^4 - 4}{8n^2 - 4 - n^4}$$

ergibt. Hierdurch wird der für einen gegebenen Brechungs-exponenten mögliche *Minimalwert* von r_1 , der mit \bar{r}_1 bezeichnet werden möge, festgelegt. Der zu ihm gehörige Wert von r_2 (\bar{r}_2) ergibt sich aus:

$$\operatorname{tg} 2\bar{r}_2 = \frac{2\sqrt{n^2 - 1} \cdot \sqrt{4 - n^2}}{n^4 - 4},$$

und es besteht, wie man leicht nachweist, die Beziehung

$$\operatorname{tg} 2\bar{r}_1 = 2 \operatorname{tg} 2\bar{r}_2.$$

Eine Uebersicht über die auftretenden Werte von \bar{r}_2 , \bar{r}_1 und \bar{i}_1 giebt die folgende kleine Tabelle:

n^2	2	3	4
$\operatorname{tg} 2\bar{r}_2$	∞	$\frac{\sqrt{24}}{5}$	0
$\cos 2\bar{r}_1$	0	$\frac{5}{11}$	1
$\cos \bar{i}_1$	0	$\frac{\sqrt{22}}{11}$	1

Aus ihr geht hervor, dass auch für relativ grosse Werte des Brechungsexponenten der Einfallswinkel des Strahles an der ersten Prismenfläche ziemlich bedeutend ist und deshalb für praktische Zwecke nur Gläser mit sehr hoher Brechung in Betracht kommen könnten.

Ordnet man die Gleichung

$$1 - n^2 \sin r_1 \sin r_2 \cos r_1 - r_2 - \cos^2 r_1 \cos^2 i_2 = 0$$

nicht nach r_2 , sondern nach r_1 auf, so erhält man:

$$\sin^2 2r_1 \left(\sin^2 2r_2 - \frac{4}{n^4} \right) + 4 \sin 2r_1 \cos 2r_1 \sin 2r_2 \cdot T_2 \\ + 4 \cos^2 2r_1 \left(T_2^2 - \frac{1}{n^4} \right) = 0,$$

worin

$$T_2 = \cos 2r_2 - 1 + \frac{1}{n^2}.$$

Die Gleichung liefert die Bedingung:

$$\cos 2r_2 \geq \frac{1}{3} \left(5 - \frac{8}{n^2} \right),$$

also den für einen gegebenen Brechungsexponenten möglichen Minimalwert für r_2 . Die zu diesem Minimalwerte \bar{r}_2 gehörigen Werte von r_1 und i_1 (\bar{r}_1 und \bar{i}_1) ergeben sich aus:

$$\cos 2\bar{r}_1 = \frac{2n^2 - 5}{3}$$

und

$$\sin \bar{i}_1 = n \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}};$$

eine Uebersicht liefert die folgende Tabelle:

n^2	2	3	4
$\cos 2\bar{r}_2$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{9}$	1
$\cos 2\bar{r}_1$	$\left(-\frac{1}{3}\right)$	$\frac{1}{3}$	1
$\sin \bar{i}_1$	$\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)$	1	0

Wie man sieht, geht unter den vorliegenden Umständen erst von einem Brechungsexponenten $n = \sqrt{3}$ an Licht durch das Prisma, während im vorigen Falle, nämlich beim kleinsten Einfallswinkel, die Werte von $\sqrt{2}$ an für n zur Verfügung standen.

Wie im vorigen Falle ist — wenigstens für Brechungsexponenten zwischen 1 und 2 und für andere würde kein Lichtdurchtritt erfolgen — \bar{r}_1 grösser als \bar{r}_2 . Will man also grosse Einfallswinkel vermeiden, so wird man den oben

an erster Stelle behandelten Fall wählen. Die zugehörige Objectneigung folgt aus:

$$\operatorname{tg} \mu = - \frac{n^2 - 1}{n} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos r_2 \cos i_1}.$$

Man ersieht daraus, dass *kleine* Objectneigungen sich nur mit *kleinen* Prismenwinkeln corrigiren lassen, und diese verlangen, wie aus den früheren Tabellen hervorgeht, Brechungsexponenten in der Nähe von 2.

Jena, 20. Februar 1902.

(Eingegangen 21. Februar 1902.)

4. Ueber den Geschwindigkeitsverlust, welchen die Kathodenstrahlen bei der Reflexion erleiden; von E. Gehrcke.¹⁾

§ 1. Fallen Kathodenstrahlen auf einen Körper und ist V die Potentialdifferenz zwischen der Kathode und dem Körper, i die in der Secunde durch die Kathodenstrahlen geförderte Elektricitätsmenge, alles in absolutem elektromagnetischem Maass, so wird der Körper in der Secunde von einer Energiemenge iV Erg getroffen. Wird die ganze Energie vom Körper absorhirt und in ihm in Wärme verwandelt, so muss die pro Secunde zugeführte Wärmemenge $Q = iV$ Erg sein. Falls ein Teil der Kathodenstrahlen reflectirt wird, ohne dass die Geschwindigkeit der Corpuskeln bei der Reflexion eine Aenderung erfährt, so bleibt diese Gleichung bestehen, wenn man unter i die an den Körper abgegebene Elektricitätsmenge versteht. Erleiden aber bei der Reflexion die Corpuskeln oder ein Teil derselben einen Geschwindigkeitsverlust, ohne jedoch an Ladung einzubüssen, dann wird durch diese Corpuskeln dem Körper zwar Wärme, aber keine Elektricität zugeführt, und in diesem Falle muss notwendig $Q > iV$ sein.

Hr. Cady²⁾ fand für den Quotienten iV/Q Werte, welche zwischen 0,80 und 0,86 liegen; dies würde also für einen Verlust der Geschwindigkeit der Corpuskeln bei der Reflexion sprechen. Ist dies wirklich der Fall, dann muss die magnetische Ablenkbarkeit der reflectirten Kathodenstrahlen direct diesen Geschwindigkeitsverlust erkennen lassen, nämlich ein von den reflectirten Kathodenstrahlen erzeugter Fluoreszenzfleck durch den Magneten stärker abgelenkt werden als ein von den directen Strahlen erzeugter. Hr. Merritt³⁾ hat diesen Fall experimentell untersucht, doch kam er zu dem Schlusse,

1) Zum Teil Auszug aus der Berliner Dissertation 1901; vgl. ferner Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 461—467. 1901.

2) W. Cady, Ann. d. Phys. 1. p. 678. 1900.

3) E. Merritt, Phys. Rev. 7. p. 217. 1898.

dass der genannte Effect nicht besteht; die reflectirten Kathodenstrahlen zeigten ein in keiner Weise von den directen verschiedenes Verhalten.

Die Versuche von Merritt sind indessen in mehrfacher Hinsicht wenig beweisend, und es erschien in Anbetracht der Bedeutung der vorliegenden Frage wünschenswert, diese Versuche nachzuprüfen. Auf die Anregung von Hrn. Prof. Warburg habe ich die Arbeit übernommen und konnte in der That nachweisen, dass die Corpuskeln bei der Reflexion einen Geschwindigkeitsverlust erfahren.

§ 2. Zuerst wiederholte ich den von Merritt l. c. angegebenen Versuch und beobachtete in der That im Grossen und Ganzen dasselbe wie dieser. Doch wurde im Verlauf der Vorversuche folgendes festgestellt:

1. Wenn man, wie dies Merritt durchweg gethan hat, mit einem Inductionsapparat arbeitet, so erhält man immer mehr oder weniger flackernde Bilder und es erscheint bei der Ablenkung auch der von den directen Strahlen herrührende Fluoreszenzfleck verzerrt und zitternd. Infolge des vom Inductorium gelieferten variablen Potentials entsteht auch bei der Ablenkung des directen Fleckes ein „Spectrum“¹⁾, dessen Ausdehnung und Stabilität von der Plötzlichkeit und Regelmässigkeit der Unterbrechungen im primären Stromkreis des Inductoriums abhängig ist. Es erschien hiernach notwendig, auf die Anwendung des bequemen Inductoriums zu verzichten und statt dessen einen, z. B. von einer Influenzmaschine gelieferten, constanten Strom zu benutzen, bei welchem die genannten störenden Nebenerscheinungen fortfallen.

2. Wegen der diffusen Reflexion ist der von den reflectirten Strahlen herrührende Fluoreszenzfleck stark an den Rändern verwaschen. Dieser Umstand ist schon von Hrn. Cady vermutet worden²⁾, wird aber von Hrn. Merritt nicht erwähnt.

3. Die Helligkeit der Fluoreszenzflecke nimmt ausser in der Grösse des Strahlendurchmessers auch mit dem Potential zu. Der von reflectirten Strahlen herrührende Fluoreszenz-

1) Vgl. K. Birkeland, *Compt. rend.* 123. p. 492. 1896.

2) W. Cady, l. c. p. 698.

fleck ist beträchtlich lichtschwächer als der directe und wird erst bei bedeutend niedrigerem Gasdruck sichtbar als dieser.

Hiernach versuchte ich zunächst, die beobachteten Erscheinungen intensiver zu bekommen. Ich ersetzte die Glaswand durch eine besser fluorescirende Substanz; Pentadecylparatolykton, welches von Lenard¹⁾ benutzt wurde und diesem so gute Dienste geleistet hat, erwies sich hier als ungeeignet, da dieser Körper von den intensiven Kathodenstrahlen zersetzt wurde. Ich fand dann im Calciumwolframat²⁾ ein passendes Fluorescenzmittel.

Ferner suchte ich durch Anwendung von zwei an Stelle eines Diaphragmas die Schärfe des reflectirten Fleckes zu verbessern. Dies wurde auch sichtlich erreicht, aber es zeigte sich jetzt, dass die Kraftlinien des ablenkenden Magneten in dem Raume zwischen beiden Diaphragmen eine störende Wirkung ausübten, indem sie, je nach den Umständen, entweder den Fluoreszenzfleck schmaler machten oder aber verbreiterten. Man sieht leicht ein, dass diese Effecte zu stande kommen müssen, wenn entweder das Kraftfeld so stark ist, dass der durch das erste Diaphragma streichende Kathodenstrahl bereits vor dem Erreichen des zweiten Diaphragmas so weit zur Seite gebogen ist, dass nur ein sehr schmaler Streifen des Strahlenbündels noch den Fluoreszenzschirm erreichen kann; oder aber wenn das Kraftfeld von geringer Stärke ist und die Grenzstrahlen des kegelförmigen Strahlenbündels in der Weise gekrümmt werden, dass die Projection des so deformirten Strahlenkegels auf die Ebene des Fluoreszenzschirmes eine grössere wird als im Falle des geradlinigen, unabgelenkten Strahlenbündels. Es erweist sich hiernach als notwendig, ein Magnetfeld vor und zwischen den Diaphragmen nach Möglichkeit auszuschliessen und an Stelle eines permanenten Magneten lieber zwei von einem Strom umflossene Spulen anzuwenden, welche nur in dem Raume um ihre Axe herum ein merkliches Magnetfeld besitzen.

Indes wurde auch nach Beseitigung der genannten Uebelstände eine wesentliche Förderung der zu behandelnden Frage

1) Ph. Lenard, Wied. Ann. 56. p. 260. 1895.

2) Es ist dies die fluorescirende Substanz in den neueren Braun'schen Röhren.

nicht erzielt. Die Versuche zeigten nur, dass der Unterschied in der Ablenkbarkeit der directen und reflectirten Strahlen, wenn er existirt, gerade kein sehr augenfälliger ist, — dies geht ja auch aus der Arbeit von Merritt hervor. Die ganze Versuchsanordnung hatte vor allem den Nachteil, dass der directe und der reflectirte Strahl nur zeitlich nacheinander untersucht werden konnten, da dieselben ja aufeinander senkrecht stehen. Aus diesem Grunde wurde die Merritt'sche Anordnung verlassen und versucht, eine gleichzeitige Ablenkung beider Strahlen zu ermöglichen, indem sie in dieselbe Richtung nebeneinander gelegt wurden.

§ 3. Es liegt am nächsten, diese Absicht durch doppelte Reflexion zu erreichen. Es zeigte sich jedoch, dass durch die zweimalige Reflexion die Strahlen so geschwächt wurden, dass sie keinen deutlichen Fluoreszenzfleck mehr hervorbringen konnten, trotzdem das günstigste Vacuum und die stärksten Entladungen eines Ruhmkorff's grösserer Construction angewendet wurden. Auch diese Versuchsanordnung musste also verlassen werden.

Statt durch doppelte Reflexion kann man auch dadurch die beiden Strahlenbündel in dieselbe Richtung bekommen, dass man an Stelle einer Kathode zwei Kathoden anwendet. Dies wird an folgendem Entladungsrohr deutlich, welches zum Ziele führte und dessen endgültige Construction folgende ist (vgl. Fig. 1):

Die Kathode K_1 ist eine kreisrunde Kupferscheibe vom Durchmesser 0,9 cm, deren Zuleitung durch Glasrohr geschützt und in einen abnehmbaren Schliff luftdicht mit Siegelack eingekittet ist. K_2 ist eine Hohlspiegelkathode aus Aluminium von 2,6 cm Durchmesser, ähnlich wie K_1 nach hinten geschützt durch Glasteller und Glasrohr und in einen entsprechend weiten Schliff eingekittet. K_1 und K_2 sind untereinander und mit dem negativen Pol einer 20plattigen Influenzmaschine verbunden, durch welche sie auf nahezu constantem Potential gehalten werden. (Die Schwankungen betragen bis 100 Volt.) Der positive Pol der Maschine ist zur Erde abgeleitet. Der Reflector R wird an einem Aluminiumstreifen angehängt, der am Diaphragma D , einer zur Erde abgeleiteten messingenen Trommel (Durchmesser und Länge etwa 8 cm), befestigt ist.

Die Endflächen des Diaphragmas tragen nebeneinander je zwei horizontale, rechteckige Spalte, o_1, o_2, o'_1, o'_2 . Die Dimensionen dieser Spalte sind:

$$o_1 \dots 1,5 \times 5 \text{ mm}$$

$$o_2 \dots 2 \times 5 \text{ „}$$

$$o'_1 \dots 1,5 \times 15 \text{ „}$$

$$o'_2 \dots 2 \times 20 \text{ „}$$

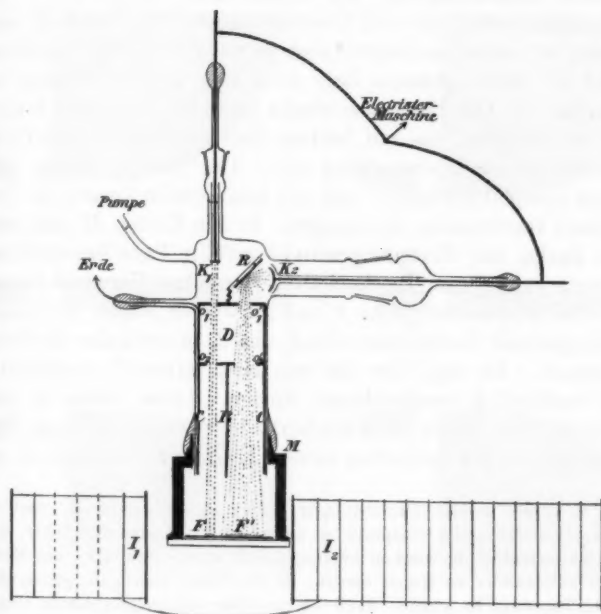


Fig. 1.

C ist ein Zinkblechcylinder, in welchem ein verticaler Blechstreifen B , etwas seitlich zur Axe, angelötet ist. Alle Metallstücke C, D, R sind untereinander verbunden und zur Erde abgeleitet, dienen somit als Anode. Jede der Kathoden K_1 und K_2 sendet Kathodenstrahlen aus; die einen, von K_1 , fallen direct durch die Spalte o_1 und o_2 des Diaphragmas, die anderen, von K_2 , treffen erst auf R und durchdringen nach der Reflexion die Spalte o'_1 und o'_2 .

Um die beiden von K_1 und K_2 herkommenden Kathodenstrahlbündel möglichst stark ablenken zu können, ist das Entladungsröhr an einen Kasten M aus Messingrotguss angesetzt. Derselbe hat, um dem Luftdruck genügend Widerstand zu leisten, eine Wandstärke von 1 cm und ist 19 cm hoch, 12,5 cm breit, 9,3 cm tief. An der Rückwand befindet sich ein Loch, in welches das Entladungsröhr eingesetzt und mit Siegellack luftdicht aufgekittet ist. Die Vorderwand von M bildet eine Spiegelglasplatte, die mit Chattertonasphaltkitt luftdicht aufgesetzt ist; zwischen dieser Glasplatte und dem glattgeschliffenen Rand des Messingkastens liegt noch eine weiche Packung von Isolirband.¹⁾ Die Fluoreszenzflecke entstehen auf einem Schirm aus Seidenpapier, das mit hartem Fett und Calciumsulfid²⁾ als Fluoreszenzmittel eingerieben ist. Der Schirm ist an eine dünne Glasplatte geklebt, und mit horizontalen Linien, in 1 cm Abstand voneinander, durchzogen. In den Kasten M sind noch zwei flache, mit Phosphorpentoxyd gefüllte Porzellanschälchen gesetzt, welche zum Trockenhalten des hohen Vacuums dienen.

Die Fluoreszenzflecke F und F' werden durch die beiden völlig gleichen Inductionsspulen J_1 und J_2 in verticaler Richtung abgelenkt. Es sind dies die von Hrn. Simon³⁾ construirten und ausführlich beschriebenen Spulen. Diese bilden je eine einfache, um einen Zinkblechcylinder gewickelte Lage von Kupferdraht und enthalten keinen Eisenkern; sie sind so ge-

1) Dieses weiche Zwischenlager erwies sich als nützlich, weil der äussere Luftdruck die Glasplatte so stark an den Kasten andrückte, dass der Chattertonkitt dazwischen herausgepresst wurde und Glas und Metall direct aufeinander zu liegen kamen; da der Rand nicht ganz genau eben geschliffen war, so wurden dann 1,3 cm dicke Spiegelglasplatten durchgebogen und zertrümmert. — Ich versuchte erst statt des Messingkastens mit einem parallelepipedischen Glastrog zum Ziele zu kommen, doch ohne Erfolg, da der Luftdruck alles zerstörte. Ueber die Technik derartiger luftverdünnter Räume vgl. auch H. Hertz, Wied. Ann. 19. p. 260 ff. 1888.

2) Calciumsulfid besitzt eine noch grössere Fluoreszenzhelligkeit als Calciumwolframat. Wegen des Nachleuchtens, welches ein auf Calciumsulfid erzeugter Fluoreszenzleck nach dem Aufhören der Bestrahlung zeigt, ist indessen für manche Zwecke das von merklicher Phosphoreszenz freie Calciumwolframat geeigneter. Versuche mit dem letzteren Fluoreszenzmittel und mit einer einfacheren, aber weniger leistungsfähigen Anordnung sind in der Dissertation beschrieben.

3) S. Simon, Wied. Ann. 69. p. 595. 1899.

stellt, dass die nicht genau in der Axe des Entladungsrohres liegende Mitte der Fluoreszenzflecke von jeder Spule gleich weit entfernt ist.

Als Stromquelle dient die städtische Centrale; ein vorgelegter Widerstand erlaubt die Stromstärke und damit die magnetische Feldstärke passend zu verändern. So können unter diesen Verhältnissen die beiden Fluoreszenzflecke F

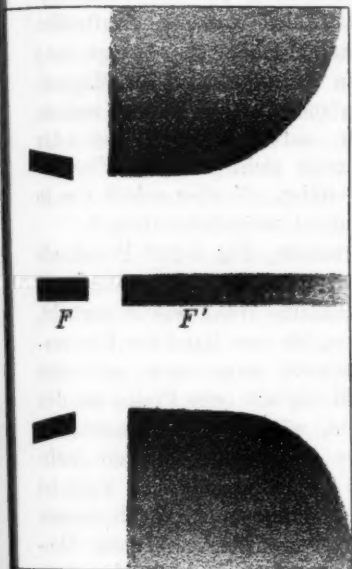


Fig. 2.

(Mg), Potential 13000 Volt.

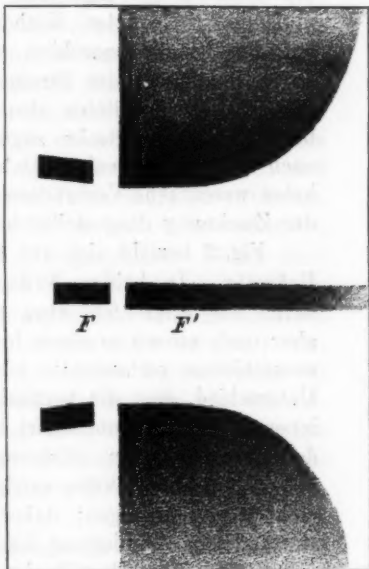


Fig. 3.

(Pt), Potential 13000 Volt.

und F' um den bedeutenden Betrag von 7 cm aus der Mittellage, vertical nach oben und, durch Stromwenden, nach unten, abgelenkt werden.

§ 4. Als Reflectoren wurden nacheinander benutzt: Magnesium, Platin, Kupfer, Aluminium, Kohle. Figg. 2 und 3 veranschaulichen das Verhalten der Fluoreszenzflecke bei der Erregung des Magnetfeldes in den Spulen J_1 und J_2 . Man erkennt in der Mitte die beiden Flecke in der unabgelenkten Lage, links

den directen F , rechts den von reflectirten Strahlen herührenden F' . Der letztere ist, der diffusen Reflexion entsprechend¹⁾, breiter als F und, der bedeutenderen Spaltlänge entsprechend, länger als F (vgl. die Dimensionen der Spalte p. 85). F' ist an den Rändern verwaschen und nur links scharf begrenzt; diese einseitige scharfe Begrenzung wird von der in den Zinkcylinder C (vgl. Fig. 1 p. 85) eingesetzten Mittelwand B hervorgerufen, welche einen Teil der diffus verlaufenden reflectirten Kathodenstrahlen vor dem Auftreffen auf den Fluoreszenzschirm scharf abschneidet. Erregt man durch Schliessen des Stromes in den Spulen J ein Magnetfeld, dessen Kraftlinien also horizontal verlaufen, so werden beide Fluoreszenzflecke zugleich, entweder nach oben oder nach unten, abgelenkt. Dabei zeigt sich, dass der Fleck F keine wesentliche Verbreiterung erfährt, F' aber erhält die in der Zeichnung dargestellte bedeutend veränderte Gestalt.

Fig. 2 bezieht sich auf Magnesium, Fig. 3 auf Platin als Reflector. In beiden Fällen wird der reflectirte Fleck F' durch das Magnetfeld etwa in dieselbe Höhe wie F gerückt, aber nach aussen zu einem breiten, bis zum Rand des Fluoreszenzschirmes verlaufenden Lichtschweif ausgezogen, mit dem Unterschied, dass die maximale Helligkeit beim Platin an den inneren Rändern concentrirt bleibt, während beim Magnesium der Uebergang von stärkerer zu geringerer Helligkeit mehr in continuirlicher Weise erfolgt. — Das magnetische Feld ist nicht genau homogen; daher rührt die seitlich nach aussen stattfindende Ausbiegung der Fluoreszenzflecke. Dieser Umstand thut indes den Beobachtungen keinen Abbruch, denn das Magnetfeld ist zu einer durch den Zwischenraum von F und F' gelegten Verticalebene hinreichend symmetrisch.

Kupfer, Aluminium und Kohle zeigen ein ähnliches Verhalten wie Magnesium und Platin und ordnen sich, was die Helligkeitsverteilung im „magnetischen Spectrum“ anbelangt, zwischen letztere beiden Körper. Kupfer und Aluminium, die ein so verschiedenes Reflexionsvermögen²⁾ besitzen, lassen hier nur einen sehr geringen Unterschied bemerken, doch scheint

1) Vgl. H. Starke, Wied. Ann. 66. p. 49. 1898.

2) Vgl. H. Starke, l. c.

das Kupfer dem Platin näher zu stehen als das Aluminium. Kohle (in Form eines Plättchens, das aus einer Bogenlampen-elektrode geschnitten war) steht zwischen Aluminium und Magnesium, und zwar dem letzteren näher. — Es mag noch bemerkt werden, dass alle Reflectoren gute Leiter und zur Erde abgeleitet waren. — Wenn das Rohr längere Zeit benutzt war und sich auf der Innenwand ein leitender Beschlag gebildet hatte, so stellten sich oscillirende Entladungen ein; diese gaben sich dadurch kund, dass sowohl das Elektrometer grössere Schwankungen ausführte, als auch besonders durch den Umstand, dass auch der directe Fleck *F* bei der Ablenkung zu einem langen, meist ziemlich gleichmässig hellen Lichtband ausgezogen wurde. Es blieb dann nichts weiter übrig, als den ganzen Apparat auseinander zu nehmen und den störenden Beschlag der Wände durch Säure zu entfernen.

Um etwas Objectives in Händen zu haben, versuchte ich noch, die Fluoreszenzflecke zu photographiren. Wenn auch ein Teil der Photographien trotz der nicht ganz leicht zu bewerkstelligenden Aufnahme gelungen ist, so kann doch auf ein Reproduction an dieser Stelle verzichtet werden.¹⁾ Die Photographien zeigen ebenfalls sowohl die Verbreiterung der Fluoreszenzflecke wie die Unterschiede der Spectra für verschiedene Reflectoren, sie geben aber nur die sehr hellen Teile der Fluoreszenzflecke deutlich wieder, sodass die Zeichnungen Figg. 2 und 3 die wirklichen Verhältnisse besser erkennen lassen.

Die beschriebenen Erscheinungen wurden innerhalb des Intervalles von ca. 3000 bis ca. 13000 Volt wahrgenommen und sind um so deutlicher, je höher das Entladungspotential ist. Die Verbreiterung der Fluoreszenzflecke lässt darauf schliessen, dass der Geschwindigkeitsverlust, den die Corpuskeln bei der Reflexion erleiden, bis etwa zur Hälfte des anfänglichen Wertes gehen kann. Es ist zu erwarten, dass manche Corpuskeln einen noch bedeutenderen Geschwindigkeitsverlust erfahren werden; diese sind aber wegen ihrer geringeren Fähigkeit, Fluorescenz zu erregen, schwerer nachweisbar.

1) Eine solche Reproduction der Photographien enthält die Mittheilung in den Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin l. c.

§ 5. Seit dem Abschluss dieser Untersuchung sind Arbeiten von Hrn. Wehnelt¹⁾ und von Hrn. Goldstein²⁾ erschienen, nach deren Ergebnissen man möglicherweise einen Einwurf gegen meine Versuche erheben könnte. Dieser Einwurf würde darin bestehen, dass die beiden Kathoden, welche mir die directen und die reflectirten Strahlen lieferten, einmal nicht einander gleich waren — die eine war eine kleine ebene, die andere eine grössere Hohlspiegelkathode, und dass ferner die letztere, welche die reflectirten Strahlen erzeugte, der Glaswand des Entladungrohres ziemlich nahe war (vgl. Fig. 1). Hr. Wehnelt wies sowohl einen Einfluss der Gestalt der Kathode auf die Form des Kathodenstrahlenbündels wie auch der Glaswände auf die Potentialverteilung nach, und Hr. Goldstein fand „unsichtbare Kathodenstrahlen“, welche unter der Einwirkung von der Kathode benachbarten Glaswänden zu stande kommen und von dem gewöhnlich beobachteten Kathodenstrahlenbündel zu unterscheiden sind. So könnte man meinen, dass die von mir benutzten reflectirten Strahlen von vornherein nicht homogen waren und Strahlen verschiedener Geschwindigkeiten enthielten, welche ihr Dasein eben den genannten Nebenumständen verdanken könnten.

Obwohl sich gegen einen solchen Einwurf sogleich das von mir beobachtete specifische Verhalten der einzelnen Reflectoren anführen liesse, welches kaum anders als durch einen Effect beim Reflexionsvorgang selbst zu erklären sein dürfte, so ist andererseits doch eine Versuchsanordnung mit möglichst klaren und durchsichtigen Bedingungen dringend erwünscht. Da ausserdem neuerdings von Hrn. Seitz³⁾ die magnetische Ablenkbarkeit der durch ein dünnes Metallblättchen hindurchgegangenen Kathodenstrahlen untersucht worden ist, ohne dass es diesem gelungen wäre, einen Geschwindigkeitsverlust wahrzunehmen, so habe ich auf den Vorschlag von Hrn. Prof. Warburg mit einer einwandfreieren Versuchsanordnung wenigstens einen meiner früheren Versuche wiederholt.

1) A. Wehnelt, *Physik. Zeitschr.* 2. p. 334—349 u. p. 518—527. 1901.

2) E. Goldstein, *Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellschaft.* 3. p. 192—203. 1901.

3) W. Seitz, *Ann. d. Phys.* 6. p. 1—83. 1901.

Die neue Anordnung bestand kurz in Folgendem (vgl. Fig. 4): Die beiden Kathoden K_1 und K_2 sind beides Hohlspiegelkathoden von 2 cm Durchmesser und genau gleich gearbeitet; die Zuleitungen und Rückseiten sind wieder durch Glasrohr mit Glasteller geschützt. Ferner ist das Entladungsrohr (Durchmesser 8 cm) zu einer Kugel von 15 cm Durchmesser aufgeblasen; jede Kathode ist jetzt mehr als 2 cm von den Wänden

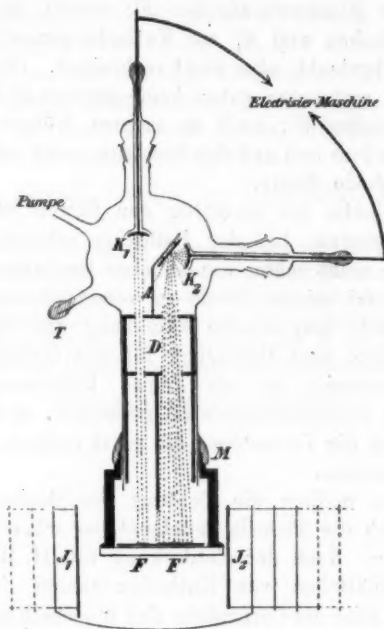


Fig. 4.

entfernt. Im übrigen ist die Anordnung ganz analog derjenigen in Fig. 1, nur ist das den Reflector tragende Aluminiumblech A jetzt länger als früher, sodass die Diaphragmentrommel D weiter von ihm entfernt ist. — Der für die Anode bestimmte Tubus T ist überflüssig und einfach mit Siegelack zugekittet, da sämtliche Metallteile ausser K_1 und K_2 untereinander und mit dem Messingkasten M leitend verbunden sind; an letzteren ist die Erdleitung als Anode angelegt. Zur

Uebersicht über die Dimensionen des Apparates mag bemerkt werden, dass die Entfernung $K_1 F$ 39 cm beträgt.

Mit dieser Anordnung fand ich mit Magnesium als Reflector und bei Entladungspotentialen bis ca. 6000 Volt genau dieselben Resultate wie früher. Wurde K_1 mit dem negativen Pol der Influenzmaschine verbunden, so erzeugte das magnetische Feld der Spulen J wieder das früher beschriebene Spectrum des Fluoreszenzfleckes F' ; wurde die Verbindung mit K_2 aufgehoben und K_1 zur Kathode gemacht, so wurde der Fleck F abgelenkt, aber nicht verbreitert. Beide Kathoden untereinander verbunden gaben keine genügende Intensität des reflectirten Fleckes F' ; auch in meinen früheren Versuchen wurde F' besonders hell und das Spectrum recht schön, wenn K_1 allein als Kathode diente.

Damit glaube ich endgültig den Beweis für einen Geschwindigkeitsverlust bei der Reflexion erbracht zu haben. Dass derselbe nicht schon von anderen Beobachtern gefunden wurde, hat wohl seinen Grund in verschiedenen Umständen. Eine bedeutende magnetische Ablenkung und ein sehr gutes Fluoreszenzmittel sind Bedingung für das Gelingen des Versuches; andererseits ist ein reines Phänomen notwendig an constantes Entladungspotential gebunden, und dieser Umstand erheischt die Vermeidung des sonst vielfach angewandten Inductionsapparates.

§ 6. Was endlich die Deutung der Beobachtungen im einzelnen durch die Theorie anbelangt, so scheint diese nicht schwer zu sein. Nach der Entdeckung von H. Hertz werden dünne Metallblättchen von Kathodenstrahlen durchdrungen. Daraus folgt, dass die Corpuskeln sich innerhalb eines Metalles bewegen können, ohne ihre Ladungen zu verlieren. Macht man nunmehr die Annahme, dass die Corpuskeln auch im Innern Reflexion erleiden können und dass der Geschwindigkeitsverlust einer einzelnen Corpuskel mit der Anzahl der Zusammenstöße an den Teilchen des Reflectors wächst, so kommt man zu dem Schluss, dass das aus einem homogenen Kathodenstrahlenbündel durch Reflexion entstehende Strahlenbündel aus unzählig vielen Strahlengattungen besteht, deren Geschwindigkeiten zwischen Null und der vor der Reflexion vorhandenen liegen. Dabei wird ein stark absorbirender Körper,

wie Platin, weniger Corpuskeln wieder aus seinem Innern hergeben als ein schwächer absorbirender Körper, wie Magnesium, sodass das Spectrum des Magnesiums einen sanfteren Uebergang von hell in dunkel zeigen wird als das des Platins. Auf diese Weise finden die beobachteten Erscheinungen ihre einfache Deutung.¹⁾

Zum Schluss sei es mir gestattet, meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Prof. E. Warburg, für die Anregung zu dieser Untersuchung und das lebendige Interesse an derselben meinen herzlichsten Dank auszusprechen. Auch Hrn. Privatdocent Dr. Starke, der mich vielfach mit sachkundigem Rat unterstützt hat, bin ich zu Dank verpflichtet.

Berlin, Physik. Institut der Universität, Februar 1902.

1) Nach dieser Darlegung ist zu erwarten, dass die Kathodenstrahlen auch beim Durchdringen eines dünnen Metallblättchens oder irgend eines anderen wägbaren Körpers an Geschwindigkeit verlieren; hiervon findet sich eine Andeutung bei J. J. Thomson, Die Entladung der Elektrizität durch Gase; deutsche Uebersetzung von Ewers, p. 111. 1900; vgl. auch die auf p. 18 meiner Dissertation angeführte Beobachtung.

(Eingegangen 26. Februar 1902.)

**5. Ueber den Einfluss der Lichtbrechung
auf Beobachtungen an Geissler'schen Röhren;
von E. Goldstein.**

(Aus den Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft
vom 24. Januar 1902.)

Die nachfolgenden sehr einfachen Versuche, die ich vor 22 Jahren im Helmholtz'schen Laboratorium angestellt habe, gestatte ich mir jetzt mitzuteilen, weil sie zur Beseitigung einer Schwierigkeit geeignet erscheinen, die mehreren Beobachtern in neuester Zeit entgegengetreten ist, und weil mit ihrer Hülfe eine leichte Unterscheidung von Canalstrahlen und gewöhnlichen Kathodenstrahlen möglich ist, die anscheinend ebenfalls bisweilen auf Schwierigkeiten gestossen ist.

Verschiedene neuere Beobachter¹⁾ haben es schwer gefunden, zu bestimmen, ob gewisse von ihnen bemerkte Leuchterscheinungen bei Entladungen in evacuirten Glasgefässen ein Leuchten einer dünnen Wandschicht des Gases oder ein Leuchten der Innenwand des Glases darstellen. Daher möchte ich auf ein sehr einfaches Kriterium aufmerksam machen, das wenigstens bei allen bisher üblichen Gefässformen diese Unterscheidung mit einem Blick gestattet: Wenn in einem Entladungsrohr gasförmige Teilchen leuchten (gleichviel ob im Entladungsschlage selbst oder durch phosphorescirendes Nachleuchten), so erblickt man den Umriss des Leuchtens, wie zu erwarten, im Innern des Rohres. Leuchtet aber die *innere Glaswand* (z. B. durch Phosphorescenz), so erscheint dem Auge statt ihrer die *Aussenwand* leuchtend. Bei den zahllosen

1) Vgl. z. B. P. Lewis, Ann. d. Phys. 2. p. 459. 1900; Burke, Phil. Mag. (6) 1. 1901.

Versuchen, die namentlich in den letzten Jahren über Entladungen in hohen Vacuis angestellt wurden, scheint dies nicht bemerkt worden zu sein. Unter ganz speciellen Versuchsbedingungen hat ein einziger Beobachter die Erscheinung wahrgenommen, sie aber irrtümlich auf diese speciellen Bedingungen bezogen und sie aus ihnen zu erklären gesucht. Dies ist Hr. E. Wiedemann, der im Jahre 1880 schreibt¹⁾: „Leitet man durch ein Entladungsrohr von grosser Wanddicke den positiven Strom einer HOLTZ'schen Maschine, schaltet in den Stromkreis eine Funkenstrecke, sodass die Entladungen in einem solchen Rhythmus erfolgen, dass sie im Rohre durch die Finger aus ihrer Bahn abgelenkt werden, so tritt an der Innenseite des Rohres nur ein schwaches, an der *Aussenseite* dagegen ein sehr helles grünes Phosphorescenzlicht auf. . . . Das Phosphorescenzlicht zeigt sich indess nicht stets hauptsächlich an der Aussenfläche der Glasröhren, sondern nur bei Röhren von grösseren Weiten; bei engen, besonders Capillarröhren dagegen leuchtet nur die Innenwand.“ Dass bei den weiten Röhren die Aussenwand leuchtet, soll nun damit zusammenhängen, dass bei weiten Röhren die Entladung durch den Finger an die Glaswand gedrückt wird, während sie bei den engen durch einen dunkeln Raum von der Wand getrennt bleibt, „und nun wohl in diesem die Vorgänge in derselben Weise sich abspielen, wie in jenem innerhalb der Glaswand, sodass die äussere Seite dieses dunkeln Raumes der äusseren Seite der Glasröhre entspricht“.

Zunächst bemerke ich, dass das Auftreten von Aussenlicht an der Glaswand durchaus nicht an die von Wiedemann angegebenen Versuchsbedingungen gebunden ist, sondern dass ganz allgemein, so oft die *Innenwand* des Glases zum Leuchten erregt wird, gleichviel ob durch positives Licht oder durch Kathodenstrahlen, mit oder ohne Funkeneinschaltung, mit oder ohne Annäherung eines ableitenden und ablenkenden Körpers, die *Aussenwand*, in den weiterhin zu definirenden Grenzen, leuchtend erscheint. Da das kräftigste Phosphorescenzlicht durch Kathodenstrahlen verursacht wird, so benutzt man am besten die letzteren zur Anstellung der weiterhin zu erwähnen-

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. 9. p. 159. 1880.

den Versuche, indem man beispielsweise das Leuchten der cylindrischen Gefäßwand um eine in der Rohrxaxe liegende Drahtkathode beobachtet.

Die ganze Erscheinung des Leuchtens der Aussenwand beruht nun aber lediglich auf einer *optischen Täuschung*. Den Eindruck, dass dem so sei, hatte ich beim ersten Lesen der Wiedemann'schen Arbeit, und da ich vermutete, dass die Täuschung irgendwie mit totaler Reflexion der Lichtstrahlen zusammenhinge, tauchte ich ein scheinbar aussen leuchtendes Entladungsrohr in Schwefelkohlenstoff, weil an der Grenze eines stärker als Glas brechenden Mediums keine totale Reflexion mehr zu stande kommen kann. In der That erschien die Aussenwand der Röhre dann wieder nichtleuchtend, und das Phosphoreszenzlicht war ins Innere des Rohres versetzt.

Helmholtz, in dessen Laboratorium ich damals (1880) arbeitete und dem ich meine Auffassung der Wiedemann'schen Beobachtung mitteilte, gab mir sogleich die genauere Erklärung, etwa in folgender Form:

Ob die Aussenwand für leuchtend gehalten wird oder nicht, hängt von dem Wege ab, den das Licht der phosphorescirenden Innenwand bis zum Auge zurücklegt. Tritt das Licht streifend zur Aussenwand aus, so wird die Aussenwand als Lichtquelle angesehen. Dabei verläuft der streifend austretende Strahl im Innern der Wandung stets unter dem Grenzwinkel der totalen Reflexion.

Man braucht die Helmholtz'sche Erklärung nur noch in eine Formel umzusetzen, um das Phänomen auch quantitativ verfolgen zu können.

In der That, verfolgt man den ins Auge gelangenden, zur äusseren Rohrwand tangentialen Strahl rückwärts ins Innere, so sind drei Fälle möglich, entweder dass der innen unter dem Grenzwinkel der totalen Reflexion verlaufende Strahl die leuchtende Innenwand streifend trifft, oder dass er dieselbe schneidet, oder dass er an ihr, ohne sie zu treffen, vorübergeht.

Im ersten Falle ist, wenn (Fig. 1a) ϱ den Radius des Röhrenlumens, d die Dicke der Glaswand bedeutet,

$$\frac{\varrho}{\varrho + d} = \sin x.$$

Da x aber der Grenzwinkel der totalen Reflexion ist, so ist

$$\sin x = \frac{1}{n},$$

wenn n der Brechungsexponent des Glases ist. Demnach ist $d = \varrho(n - 1)$.

Im zweiten Falle, wo d kleiner, der Winkel x also grösser ist als im ersten, kann der von der leuchtenden Innenwand tangential ausgehende Strahl an der Aussenwand nicht mehr austreten, sondern wird total reflectirt. Dann existirt aber immer ein Strahl von einer anderen Stelle der phosphores-

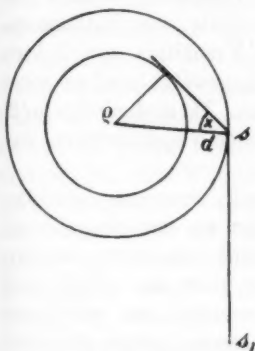


Fig. 1a.

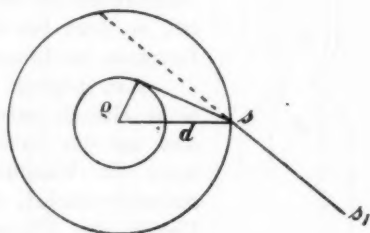


Fig. 1b.

cirenden Innenwand, der bei s unter dem Grenzwinkel auftrifft, also aussen tangential in der Richtung ss_1 verläuft.

Der Anschein des Leuchtens der Aussenwand besteht also, solange $d \leq \varrho(n - 1)$ und da n für Röhrenglas sehr nahe 1,5 ist, so folgt, dass die beschriebene Erscheinung sich darbieten muss, solange die Wanddicke höchstens gleich $\varrho/2$, also höchstens gleich dem vierten Teil der lichten Rohrweite ist.

Ist die Wand dicker, tritt also der dritte Fall ein, so trifft (Fig. 1b) das Phosphoreszenzlicht bei s stets unter kleineren Winkeln als der Grenzwinkel auf, das Licht tritt schräg aus, das Auge verlegt den Umriss des Leuchtens wieder in die Richtung des austretenden Strahles, daher diesmal an eine Stelle zwischen der Innen- und der Aussenwand.

Die Beziehung $d \equiv \varrho/2$ zeigt zunächst, dass das (scheinbare) Leuchten der Aussenwand keineswegs, wie die Wiedemann'sche Arbeit annimmt, auf weite Röhren beschränkt ist, sondern dass es lediglich auf das Verhältnis von Wanddicke zur lichten Weite ankommt. An und für sich kann die Erscheinung auch an engen Röhren auftreten und an beliebig weiten Röhren fehlen. Dass man sie an den für Entladungsgefässen gemeinhin verarbeiteten weiten Röhren stets wahr-

nimmt, liegt nur daran, dass diese weiten Röhren aus praktischen Gründen stets relativ schwachwandig sind. Umgekehrt werden Capillarröhren, die als Teile von Entladungsgefässen dienen, im Verhältnis zur lichten Weite sehr dickwandig gewählt, weil sie sonst leicht abbrechen würden. Da alsdann $d > (\varrho/2)$ ist, so liegt bei solchen Capillarröhren das Leuchten im Innern.

Man begreift auch, dass das Leuchten nicht einfach entweder an der Aussenwand oder an der Innenwand erscheint, sondern wenn die Wanddicke über den Wert $\varrho/2$ successiv wächst, so wandert der scheinbare Umriss des Phosphoreszenzlichtes successiv mehr und mehr von der Aussenwand der Innenwand zu.

Im allgemeinen nimmt man dann also drei Umrisslinien wahr: die der äusseren Glaswand, die der phosphorescirenden Schicht und die der inneren Glaswand. Der letztere Umriss fällt zusammen mit dem Umriss der leuchtenden Gassäule, falls diese bis zur Glaswand reicht.

Die Beobachtungen sind mit der dargelegten Auffassung durchaus im Einklang.

Die Röhre Fig. 2 hat in ihren beiden Cylindern *A* und *B* gleiches Lumen von 11 mm. Der Cylinder *A* hat eine Wanddicke von $2\frac{1}{2}$ mm, *B* von 6 mm. Dementsprechend erblickt man, wenn *a* Kathode ist, das grüne Phosphoreszenzlicht an der Aussenwand. Ist aber *b* Kathode, so erscheint



Fig. 2.

der Umriss des Phosphoreszenzlichtes zwischen Aussen- und Innenwand.

Die Wiedemann'sche Arbeit führt als Stütze der Annahme, dass das Leuchten wirklich der Aussenwand angehört, noch an, dass wenn man an Stelle einer einfachen Entladungsröhre einen durch Fett gedichteten Schliff verwendet, „das Phosphoreszenzlicht dann an der Grenze des inneren Teiles des Schliffes und des Fettes auftritt“. In dieser Allgemeinheit ist die Angabe nicht zutreffend. Es kommt eben ganz darauf an, wie gross die Wanddicke des inneren Schliffstückes plus der Stärke der aufgeschliffenen Hülse im Verhältnis zum Lumen des hohlen Schliffzapfens ist. Hr. Wiedemann muss eine relativ sehr dicke Hülse benutzt haben, um die scheinbare Bestätigung seiner Auffassung zu erhalten. In der hier aufgestellten Röhre (Fig. 3) ist auf den schwach conischen Mantel¹⁾, der im Mittel etwa 3 cm Durchmesser bei 1 mm Wandstärke hat, um die Kathode eine Glashülse von 2 mm Wandstärke aufgeschliffen, die gefettet glatt anschliesst. Das Phosphoreszenzlicht erscheint dann an die Aussenseite der Hülse versetzt.

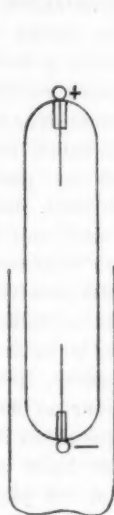


Fig. 3.



Fig. 4.

Sehr anschaulich wird die Thatsache, dass das Leuchten der Aussenwand nur auf einer optischen Täuschung beruht, bei einer Anordnung, in der man zwischen beide Wände eine Wasserschicht von relativ beträchtlicher Dicke bringen kann. Die 4 cm weite, dünnwandige Röhre Fig. 4 taucht mit dem

1) Die obigen Darlegungen gelten naturgemäss für alle Gefässe, deren Begrenzungen conaxiale Rotationsflächen sind.

Kathodenteil in ein $5\frac{1}{2}$ cm weites conaxiales dünnwandiges Becherglas. Der Zwischenraum wird mit Wasser ausgefüllt. Dann erscheint die Aussenwand des Becherglases grünleuchtend. Umgekehrt kann man durch Eintauchen in Wasser unter Umständen die Grenze des Phosphoreszenzlichtes auch ins Innere der Rohrwand verlegen. Dies wird dann stattfinden, wenn $d > \rho(n' - 1)$ ist, wo n' sich auf die Brechung aus Glas in Wasser bezieht. Da $n' < n$, so tritt bei einer Wandstärke, die für Luft noch einen streifenden Strahl gestattet, in Wasser statt des streifenden ein schräg verlaufender Strahl auf, der die Leuchtgrenze zwischen ρ und $\rho + d$ erscheinen lässt. —

Magnesiumplatincyannür existirt bekanntlich in mehreren Modificationen von verschiedenem Krystallwassergehalt. Mit Ausnahme der wasserreichsten, roten Modification geben sie im Kathodenlicht und auch im positiven Licht der Entladung intensives Phosphoreszenzlicht, dessen Farbe mit dem Wassergehalt des Salzes und auch mit seiner Temperatur wechselt. Dunstet man nun eine verdünnte Lösung von Magnesiumplatincyannür auf Theilen der inneren Wandung einer Entladungsröhre ab, und entwässert so stark, dass die phosphorescirenden Modificationen entstehen, so erblickt man beim Durchgang der Entladung, das blaue, gelbe, gelbgrüne etc. Licht des innen gelagerten Salzes scheinbar an der Aussenwand. —

Bei einer hier aufgestellten Röhre aus gewöhnlichem grün phosphorescirenden Glase habe ich auf die *Innenwand* einen sehr dünnen Splitter von rot phosphorescirendem Glase aufschmelzen lassen. Würde wirklich die Aussenwand leuchten, so müsste auch da, wo der Splitter aufliegt, das Licht grün erscheinen. Statt dessen erscheint die Aussenwand dort rotleuchtend.¹⁾ —

Man könnte nun fragen, ob nicht unter gewissen Umständen auch das Leuchten des *Gases* scheinbar an die Aussenwand versetzt werden kann. Aber man erkennt leicht durch Construction oder einfache Rechnung, dass dies nicht möglich ist, wenn das innere Medium denselben oder kleineren Brechungs-

1) Die rotleuchtende Glassorte kann von Hrn. R. Müller-Uri in Braunschweig bezogen werden. Bei dem ursprünglichen Versuch (1880) war mit entsprechendem Erfolg innen ein Häutchen von blauleuchtendem Glas aufgeschmolzen.

ex
we
wi
lau
me
ein
flä
täg
set
glä

die
um
kan
Inn
Bech
son
zur
erze
halt
Leu
Leu
der
Leu
sche
stets
Kath
falle
sche

noch
von
erze
man
pone
nach

exponenten hat als das äussere Medium, also als Luft. Erst wenn der Brechungsexponent des inneren Mediums so gross wird, dass der nach rückwärts verfolgte, aussen streifend verlaufende Strahl an der Grenze des inneren Mediums nicht mehr total reflectirt wird, kann auch aus dem inneren Medium ein Strahl in das äussere streifend austreten. Die Grenzfläche tropfbarer Flüssigkeiten kann daher, entsprechend alltäglichen Erfahrungen, an die Aussenwand von Gefässen versetzt erscheinen, die von Rotationsflächen begrenzt sind (Trinkgläser, Flaschen etc.)

Für Gasentladungen hat sich also ergeben, dass, sobald die Aussenwand leuchtend erscheint, es sich in Wirklichkeit um ein Leuchten der *festen Innenwand* handelt. Dagegen kann das Leuchten von Gasteilchen, mögen dieselben der Innenwand noch so nahe liegen, auch bei Röhren, die der Bedingung $d \geq (\varrho / 2)$ genügen, niemals aussen erscheinen, sondern liegt stets im Innern. Hierauf beruht ein Merkmal zur leichten Erkennung von Canalstrahlen. Die Canalstrahlen erzeugen an der Oberfläche aller von ihnen getroffenen natriumhaltigen Substanzen bei geringer Gasdichte ein goldgelbes Leuchten, das im Spectrum die D-Linie hell zeigt. Dieses Leuchten rufen die Canalstrahlen z. B. dicht an der Wandung der Glasröhren hervor, in denen man sie erzeugt. Da das Leuchten aber das Licht *vergasten* Natriums ist, so erscheint dieses gelbe, von den Canalstrahlen erzeugte Leuchten stets an der Innenwand, das Leuchten, das die gewöhnlichen Kathodenstrahlen verursachen, an der Aussenwand. In Zweifelsfällen kann man beide Strahlenarten hierdurch sicher unterscheiden.

In meiner vorigen Mitteilung über Canalstrahlen hatte ich nochmals darauf aufmerksam gemacht¹⁾, wie gering der Anteil von Phosphoreszenzlicht des Glases ist, den die Canalstrahlen erzeugen. Mittels der heut beschriebenen Phänomene kann man sich davon deutlich überzeugen. Denn die beiden Componenten des Leuchtens, das die Canalstrahlen erzeugen, müssen nach dem Mitgetheilten räumlich auseinander gelegt werden:

1) E. Goldstein, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 3. p. 209. 1902.

das gelbe Licht des Natriumdampfes bleibt an der Innenwand, das grüne Leuchten des Glases wandert scheinbar nach aussen, sodass beide um die Dicke der Glaswand getrennt erscheinen. Man sieht an der hier aufgestellten Röhre mit Canalstrahlen¹⁾ wie hell das goldgelbe Licht im Innern, und wie äusserst matt das grüne Licht aussen ist.

Es wäre also vielleicht nicht unzweckmässig, wenn man in allen Fällen, wo es zweifelhaft sein kann, ob man es mit Canalstrahlen oder mit gewöhnlichen Kathodenstrahlen zu thun hat, auf dieses Kriterium achten und es in der Beschreibung erwähnen würde. Das genauere Verständnis mancher Arbeiten würde dann erleichtert werden.

1) Vgl. E. Goldstein, Verhandl. der Deutschen Physikal. Gesellschaft. 3. p. 204. Fig. 1. 1901.

(Eingegangen 5. März 1902.)

6. Ueber die sogenannten flüssigen Krystalle II; von G. Tammann.

In einer früheren¹⁾ Mitteilung hat der Verfasser die Vermutung ausgesprochen, dass die sogenannten flüssigen Krystalle, für welche man stark *getrübte* Schmelzen *klarer* Krystalle hält, nichts anderes sind als in der Hauptsache Emulsionen zweier Flüssigkeiten, wenn man von dem sogenannten flüssigen Krystall des Cholesterylbenzoats, der aus einem Gemenge von Sphärokrystallen und einer isotropen Flüssigkeit besteht, absieht.

O. Lehmann hat dieser Auffassung gegenüber seinen bekannten Standpunkt, der ihn veranlasste, „den *Begriff* der flüssigen Krystalle einzuführen“, zu verteidigen gesucht.

Das Neue, was O. Lehmann durch die Existenz der sogenannten flüssigen Krystalle demonstrieren will, ist, dass es Krystalle giebt, deren Teilchen durch beliebig kleine Kräfte verschoben werden können, während man bisher in dem Umstande, dass die Verschiebungselasticität von Krystallen gegenüber der in Flüssigkeiten sehr gross ist, einen Hauptunterschied dieser beiden Zustände sah.

Vom rein thermodynamischen Standpunkt kann weder gegen noch für die Existenz flüssiger Krystalle in diesem Sinne etwas angeführt werden, wenn nur bei ihrer Schmelzung eine discontinuirliche Aenderung mindestens eines Theiles ihrer Eigenschaften eintritt. Aber vom Standpunkt molecular-kinetischer Vorstellungen, die sich in der Raumgittertheorie verdichtet haben, sind Bedenken zu erheben. Eine Hauptexistenzbedingung geordneter Molecülhaufen ist eine erhebliche Kraftwirkung zwischen den Molecülen, die im stande ist, die Ordnung gegenüber der Molecularbewegung aufrecht zu erhalten. Hieraus folgt dann für den Krystall eine erhebliche Verschiebungselasticität, während dieselbe sich in einem Molecül-

1) Ann. d. Phys. 4. p. 524. 1901.

haufen höchster Unordnung nicht von Null zu unterscheiden braucht. Die Existenz von Krystallen mit der Verschiebungselasticität Null würde zum mindesten eine wesentliche Modification der Raumgittertheorie, wenn nicht das Aufgeben derselben nach sich ziehen. Bevor man sich aber hierzu entschliessen könnte, müsste die Existenz der flüssigen Krystalle wirklich erwiesen werden. Ich kann aber in den zahlreichen Arbeiten O. Lehmann's und Anderer einen Beweis für die Existenz flüssiger Krystalle nicht finden, trotzdem schon ein flüssiger Krystall, das p-Azoxyphenetol, als zur sphenoidischen Classe des monoklinen Systems¹⁾ gehörig bezeichnet worden ist. Auch die Gründe, die von O. Lehmann²⁾ gegen meine Bemerkungen angeführt wurden, haben meine Ansicht von der Nichtexistenz flüssiger Krystalle nicht modificirt.

Der erste Stoff, der von der Liste der flüssigen Krystalle zu streichen ist, ist das Cholesterylbenzoat. Die trübe Schmelze dieses Stoffes ist, wie die mikroskopische Betrachtung bei genügend kleiner Schichtendicke zeigt, ein Gemenge von Sphärokrystallen und einer isotropen Flüssigkeit, die sich in einem verticalen Rohr durch Absitzen voneinander trennen, wodurch die obere Schicht klar wird. O. Lehmann hat diesen ganz bestimmten Angaben gegenüber in seiner Entgegnung³⁾ § 8 u. 9 ausweichend geantwortet. Es scheint, dass er auf das Verhalten dieses Stoffes kein besonderes Gewicht legt, da er ihn nur zur Classe der „fliessenden“, nicht zu den flüssigen Krystallen rechnet. Nach R. Schenck³⁾ nimmt aber beim Klarwerden bei 178° die innere Reibung der trüben Flüssigkeit um nur 6 Proc. ab, während sie von 178—150° um fast das Doppelte steigt. Auch ist die Verschiebungselasticität dieses „fliessenden“ Krystalles von der der Flüssigkeit nicht verschieden. Auch R. Schenck hat bei seinen Ausflussversuchen die „eigentümliche“ Erscheinung bemerkt, dass die trübe Flüssigkeit eine bestimmte Structur annimmt, „es lagern sich trübe und weniger trübe Schichten in regelmässiger Weise übereinander“.

1) O. Lehmann, Ann. d. Phys. 2. p. 696. 1900.

2) O. Lehmann, Ann. d. Phys. 5. p. 236. 1901.

3) R. Schenck, Zeitschr. f. phys. Chem. 27. p. 170. 1900.

Es bleiben noch die flüssigen Krystalle des p-Azoxyanisols und p-Azoxypheketols, auf die sich hauptsächlich die Arbeiten O. Lehmann's beziehen, übrig.

1. Der nicht voreingenommene Beobachter würde dieselben als trübe Flüssigkeiten, Emulsionen, bezeichnen. Nun hat aber O. Lehmann gefunden, dass eine dünne Schicht dieser trüben Flüssigkeiten zwischen gekreuzten Nicols hell erscheint, und dass beim Drehen des Präparates Teile des Gesichtsfeldes ihre Helligkeit wechseln. Es muss gleich hinzugefügt werden, dass diese Felder sich unverändert erhalten, wenn auch die Flüssigkeitsschicht selbst in lebhafte Bewegung versetzt wird. Was die Thatsache selbst anbetrifft, so sind die Beobachter einig. Um aber die beobachtete Doppelbrechung, die offenbar von am Deckgläschen haftenden Partikeln herrührt, auch auf die Flüssigkeit selbst zu übertragen, ist O. Lehmann gezwungen, eine ad hoc erfundene Hypothese, die den Moleculen dieser Stoffe Richtkräfte zuschreibt, einzuführen. Zur Schaffung des „Begriffes der flüssigen Krystalle“ ist also zwischen diesem und der Hauptbeobachtung O. Lehmann's noch eine Hilfs-hypothese einzuschalten.

2. Auf die Thatsache, dass alle sogenannten flüssigen Krystalle gleichmässig milchig getrübt sind, ist O. Lehmann nicht eingegangen, und doch scheint mir die Frage: warum sind alle flüssigen Krystalle trübe? während doch sonst die Krystalle klar sind, vollkommen berechtigt.

3. Sind die sogenannten flüssigen Krystalle Emulsionen zweier Flüssigkeiten, die bei der Krystallisation einen klaren Krystall bilden, so muss bei der Destillation die Menge beider Stoffe im Destillat und im Rückstande verändert und dadurch die Temperatur des Klarwerdens der Emulsionen (der sogenannte Schmelzpunkt des flüssigen Krystalles) im Destillat und im Rückstande verschieden werden.

Solche Versuche sind von T. Rotarski¹⁾ ausgeführt worden, es gelang ihm, die Temperatur des Klarwerdens im Destillat durch vierfache Destillation um $6,5^{\circ}$ zu erniedrigen, während diese Temperatur für den Destillationsrückstand stieg. O. Lehmann lässt diesen Versuch nicht gelten, sondern nimmt eine

1) Ann. d. Phys. 4. p. 528. 1901.

Zersetzung des Stoffes, gegen welche die Versuchsdaten sprechen, an. Diese angebliche Zersetzung ist aber nicht erwiesen.

4. T. Rotarski machte mich darauf aufmerksam, dass man je nach der Temperatur, bei der die Reduction des p-Nitroanisols vorgenommen wird, verschieden gefärbte Präparate, deren Schmelzpunkte und Temperaturen des Klarwerdens auch etwas verschieden sind, erhält. Bei dieser Reduction bilden sich nach übereinstimmenden Angaben aller erhebliche Mengen fremder braunschwarzer Stoffe, von denen die gelben Krystalle der beiden Ester des p-Azoxyphe nols nur durch mehrfaches Umkrystallisiren aus Lösungsmitteln zu reinigen sind. Schmilzt man einige Gramm der mehrfach umkrystallisirten, klaren Krystalle, so setzen sich aus der trüben Schmelze immer braune Tröpfchen ab, ihre Menge aus dem heller gefärbten Präparat ist bedeutend geringer als die aus dem dunkler gefärbten. Es sind also zweifellos alle bisher dargestellten Präparate der beiden Ester nicht chemisch homogene Stoffe. Würde man dieselben nach anderen Verfahren, bei denen sich jene braunen Stoffe nicht bilden, darstellen, so würden diese Stoffe aller Wahrscheinlichkeit nach wie gewöhnlich zu isotropen Flüssigkeiten schmelzen.

Vom p-Azoxyanisol wurden zwei Präparate hergestellt. Präparat I, von T. Rotarski nach der Vorschrift von G. A. Hullet¹⁾, ist von citronengelber Farbe, Hullet bezeichnet die Farbe seines Präparates als schwach citronengelb. Präparat II, nach der Vorschrift von R. Schenck hergestellt, ist trotz mehrfacher Umkrystallisation doch bedeutend dunkler gelb gefärbt als Präparat I. Noch deutlicher ist der Unterschied der Färbung beider Präparate nach dem Schmelzen zu trüben oder klaren Flüssigkeiten. Präparat I schmilzt zwischen 115,5 corr. und 117,5 corr., die Schmelze wird bei 135,0° klar. (Nach Hullet ist der Schmelzpunkt 118,3° und die Temperatur des Klarwerdens 135,9°.) Die Schmelze des II. Präparates wurde bei 137,2° klar (R. Schenck 134,1°). Gattermann und Ritschke gaben die Punkte zu 116° und 134° an.

5. Man könnte noch der Meinung sein, dass nach Senkung der braunen Tröpfchen die trüben Schmelzen, die noch die

1) G. A. Hullet, Zeitschr. f. physik. Chem. 28. p. 639. 1899.

ursprünglichen Eigenschaften bis auf eine etwas hellere Farbe besitzen, nun reinere flüssige Krystalle sind. Dagegen sprechen aber folgende Versuche. Hängt man ein Rohr von 3 cm Länge und 0,3 cm innerem Durchmesser, fast gefüllt mit dem Präparat I, nach dem Zuschmelzen in den Dampf von kochender Essigsäure, so wird nach 30—40 Stunden der oberste Teil des Rohrinhaltes auf einer Länge von 5 mm bei 118° klar, offenbar weil sich der suspendirte, die Trübung verursachende Stoff gesenkt hat.

Zu den weiteren Versuchen diente ein grösseres Oelbad von 4 Liter Inhalt. Bei regelmässigem Umrühren waren die unteren Oelschichten um nur $0,2^{\circ}$ wärmer als die obersten. Im Bade wurden zugeschmolzene Glasröhren von 15 cm Länge und 0,5 cm innerem Durchmesser, gefüllt mit den Präparaten und je einem Glasstäbchen zum Umrühren des Rohrinhaltes, vertical aufgehängt. Nach zweimaligem Schmelzen und Krystallisiren hatten sich aus dem Präparat I im untersten Teil des Rohres die braunschwarzen Tröpfchen abgeschieden, darauf wurde beim Erwärmen die oberste Schicht 1—2 mm bei $119,7^{\circ}$ klar, und ganz allmählich, während die Temperatur in einer Stunde von $119,7$ — $135,0^{\circ}$ stieg, schritt das Klarwerden von oben nach unten vor. Bei fallender Temperatur trat die Trübung unten im Rohr auf und schritt langsam mit fallender Temperatur nach oben, bis bei $119,0^{\circ}$ die oberste Schicht schliesslich auch trübe wurde. Rührte man nun den flüssigen Inhalt des Rohres gründlich um, so trat das Klarwerden der Flüssigkeit in allen Schichten des Rohres gleichzeitig bei $134,5^{\circ}$ ein, und bei der Abkühlung wurde der Rohrinhalt bei $134,3^{\circ}$ in allen Schichten gleichzeitig trübe. Ueberliess man den Rohrinhalt wieder der Ruhe, so trat, wenn auch nur bis zum vollständigen Trübwerden abgekühlt wurde, wiederum nach 3—4 Stunden die Abhängigkeit der Temperatur des Klarwerdens von der Schichthöhe im Rohre ein. Die trübe Flüssigkeit wurde zuerst von oben klar und die Trübung verschwand schliesslich im untersten Teil des Rohres, nachdem die Temperatur in $\frac{1}{2}$ Stunde um 2 — 3° gestiegen war. Beim Abkühlen begann die Trübung von unten, und nach dem Umrühren trat bei einer bestimmten Temperatur in allen Teilen der Flüssigkeit gleichzeitig das Klar- und Trübwerden ein. Dasselbe wurde

bei beiden Präparaten des p-Azoxyanisols und beim p-Azoxyphe-
netol beobachtet. Beim Präparat I trat die Abhängig-
keit der Temperatur des Klarwerdens von der Schichthöhe
schneller ein als beim Präparat II.

Dieses Verhalten ist typisch für eine Emulsion. Erwärmt
man eine solche, in der die Zahl der Tröpfchen mit wachsen-
der Höhe der Schicht abnimmt, so wird dieselbe zuerst oben
klar, vernichtet man durch Umrühren diese ungleichmässige
Verteilung, so wird die Emulsion in allen Stellen des Rohres
gleichzeitig bei derselben Temperatur klar bez. trübe.

Der Umstand, dass der trübe Teil der Flüssigkeit durch
einen convexen Meniscus gegen den klaren Teil abgegrenzt
ist, kommt auch bei anderen¹⁾ Emulsionen vor. (O. Lehmann's
Entgegnung § 1.)

Ausser den drei Stoffen: Cholesterylbenzoat, p-Azoxyanisol
und p-Azoxyphe-
netol, die von der Liste der flüssigen Krystalle
zu streichen sind, giebt es noch vier andere Stoffe²⁾, die ganz
ähnliche Erscheinungen zeigen sollen. Ich habe dieselben
nicht untersucht, möchte aber betonen, dass die Wahr-
scheinlichkeit der Existenz „flüssiger“ Krystalle sehr gering ist.
Denn bei einer ungezählten Anzahl von auf ihr Schmelzen
untersuchten Stoffen hat man nichts gefunden, was auf die
Existenz flüssiger Krystalle deuten könnte.

Dorpat, im Februar 1902.

1) E. Budde, Zeitschr. f. physik. Chem. 7. p. 586. 1891.

2) Bakhuis Roozeboom, Die heterogenen Gleichgewichte p. 144. 1901.

(Eingegangen 3. März 1902.)

7.

an
öffe
blie
linie
Leu
unte
tauc
gebu
stan
stell
bis
Ver
Mitt

10
11,4
15,0
20,2
25,0
30,0
35,6
40,0

Ann. 4

7. Brechungsexponenten normaler Salzlösungen; von C. Bender.

(IV. Abhandlung.)

Die Chlornatriumlösungen (H_α , Na-Linie, H_β , H_γ).

Vorstehende Untersuchungen schliessen sich unmittelbar an diejenigen an, welche ich in diesen Annalen¹⁾ seither veröffentlichte. Die Beobachtungsmethode ist die gleiche geblieben. Die Untersuchungsreihe ist auch auf die Natriumlinie ausgedehnt worden. Um die Geissler'sche Röhre zum Leuchten zu bringen, bedient man sich einfach des Wehneltunterbrechers. Lässt man die (+) Spitze nur ganz wenig eintauchen, so kann man der Funkenlänge fast jede untere Grenze geben, wenn man gleichzeitig durch vorgeschalteten Widerstand die Leitungsspannung herabdrückt. Bezüglich Herstellung constanter Temperaturen innerhalb der Grenzen 10° bis 70°, sowie der Schutzmaassregeln zum Verhindern der Verdunstung der Flüssigkeiten verweise ich auf meine früheren Mittheilungen.

 $\text{NaCl}_\mu = 0,5$ (29,25 g in 1000 cem bei 15° C.).Dichte bei 15°, $d_{15} = 1,0200$.

t°	H_α	Na-Linie	H_β	H_γ
11,4	1,336 789	1,338 739	1,342 924	1,346 379 (11,3)
15,0	1,336 521	1,338 462 (14,8)	1,342 655	1,346 084
20,2	1,336 060	1,337 892 (21,1)	1,342 198	1,345 568
25,0	1,335 608	1,337 502 (24,5)	1,341 709 (24,5)	1,345 080 (24,5)
30,0	1,335 028	1,336 906	1,341 070	1,344 441
35,6	1,334 299	1,336 228 (35,3)	1,340 368 (35,7)	1,343 775 (35,5)
40,0	1,333 636	1,335 517 (39,8)	1,339 683 (39,9)	1,343 054 (40,0)

1) C. Bender, Wied. Ann. 68. p. 343. 1899; 69. p. 676. 1899 und Ann. d. Phys. 2. p. 186. 1900.

Durch lineare Interpolation erhält man:

t^0	H_α	Δ	Na-Linie	Δ	H_β	Δ	H_γ	Δ	$H_\gamma - H_\alpha$
10	1,336 893	-12	1,338 860	- 6	1,343 029	+24	1,346 451	+31	9558
15	1,336 521	+ 5	1,338 427	+18	1,342 665	-11	1,346 084	-33	9563
20	1,336 078	+20	1,338 001	-20	1,342 215	-20	1,345 568	- 3	9490
25	1,335 608	+ 9	1,337 447	+12	1,341 651	+11	1,345 022	- 2	9414
30	1,335 023	+ 4	1,336 906	-26	1,341 070	- 4	1,344 441	- 4	9418
35	1,334 377	+ 7	1,336 266	-21	1,340 454	-50	1,343 836	-39	9459
40	1,333 636	+33	1,335 486	-67	1,339 650	+27	1,343 054	+53	9418

Die (interpolirten) Werte dieser Tabelle lassen sich in die Formeln einkleiden:

$$H_\alpha = 1,3373767 - 0,0001757 \left(\frac{t}{5}\right) - 0,00003597 \left(\frac{t}{5}\right)^2,$$

$$\text{Na-L.} = 1,3395002 - 0,0002665 \left(\frac{t}{5}\right) - 0,00002836 \left(\frac{t}{5}\right)^2,$$

$$H_\beta = 1,3436521 - 0,0002333 \left(\frac{t}{5}\right) - 0,00003295 \left(\frac{t}{5}\right)^2,$$

$$H_\gamma = 1,3472129 - 0,0003107 \left(\frac{t}{5}\right) - 0,00002532 \left(\frac{t}{5}\right)^2.$$

Δ bedeutet in den obigen Tabellen, wie in allen folgenden, den Unterschied zwischen den, nach den Formeln berechneten, und den gefundenen (interpolirten) Werten. Die obigen Werte können auch ganz gut ausgedrückt werden durch die allgemeinen Formeln:

$$\begin{aligned} & \text{NaCl}_{\mu=0,5} \\ 10-40^\circ \left\{ \begin{array}{l} H_\alpha = 1,3375699 \\ \text{Na-L.} = 1,3394635 \\ H_\beta = 1,3436693 \\ H_\gamma = 1,3470303 \end{array} \right\} - 0,00004931 t - 0,000001226 t^2. \end{aligned}$$

Zieht man die Werte für die Brechungsexponenten der Chlorkaliumlösung¹⁾ $\mu = 0,5$ noch in den Kreis der Betrachtung, so lassen sich allgemeine Formeln für beide Lösungen aufstellen, in welchen die mit t und t^2 verbundenen Constanten für beide Lösungen gelten:

$$\begin{aligned} & \text{KCl}_{\mu=0,5} \quad \text{NaCl}_{\mu=0,5} \\ 10-40^\circ \left\{ \begin{array}{l} H_\alpha = 1,3375178 \\ \text{Na-L.} = - \\ H_\beta = 1,3436121 \\ H_\gamma = 1,3469564 \end{array} \right\} - 0,00005216 t - 0,000001130 t^2 \end{aligned}$$

1) C. Bender, Ann. d. Phys. 2. p. 188. 1900.

Ich gebe in Nachfolgendem die weiteren experimentellen Resultate ohne besondere Bemerkungen.

$\text{NaCl}_{\mu} = 1$ (58,5 g in 1000 ccm bei 51° C.); $d_{15} = 1,0401$.

t°	H_{α}	Na-Linie	H_{β}	H_{γ}
5,6	1,342 161	1,344 087	1,348 513	1,351 964
10,6	1,341 691	1,343 667	1,348 009	1,351 504
13,6	1,341 486	1,343 395	1,347 784	1,351 221
15,6	1,341 232	1,343 209	1,347 561	1,350 988
20,2	1,340 798	1,342 732	1,347 097	1,350 533
25,1	1,340 266	1,342 157 (25,4)	1,346 482 (25,4)	1,349 990 (25,4)
31,1	1,339 481	1,341 456	1,345 740	1,349 209
34,4	1,339 100	1,341 081	1,345 328	1,348 845 (34,8)
—	—	1,340 192 (40,3)	1,344 569 (40,0)	—
46,3	1,337 369	1,339 289	1,343 537	1,347 010
50,0	1,336 723	1,338 665	1,342 887	1,346 348
55,8	1,335 851	1,337 776	1,341 969	1,345 419
60,0	1,335 062	1,336 983	1,341 276	1,344 650 (59,8)
64,6	—	1,336 221	—	—
70,5	—	1,335 180	—	—

t°	H_{α}	Δ	Na-Linie	Δ	H_{β}	Δ	H_{γ}	Δ	$H_{\gamma} - H_{\alpha}$
10	1,341 747	-15	1,343 717	+ 3	1,348 063	+10	1,351 559	-33	9812
15	1,341 287	+14	1,343 264	- 2	1,347 615	- 3	1,351 050	+28	9763
20	1,340 819	- 6	1,342 752	+ 2	1,347 117	+21	1,350 553	+19	9734
25	1,340 277	- 8	1,342 200	- 3	1,346 523	+ 5	1,350 032	+19	9755
30	1,339 625	+42	1,341 591	0	1,345 883	+21	1,349 362	+38	9737
35	1,339 029	-20	1,340 946	-11	1,345 247	-22	1,348 756	-24	9727
40	1,338 308	-14	1,340 235	- 6	1,344 569	- 8	1,348 030	-21	9722
45	1,338 308	+44	1,340 235	+33	1,344 569	-30	1,348 030	+68	9722
45	1,337 593	-46	1,339 485	-18	1,343 750	-26	1,347 220	+60	9627
50	1,336 723	+ 8	1,338 665	- 9	1,342 887	+14	1,346 348	- 2	9625
55	1,335 900	+ 1	1,337 826	+ 5	1,342 021	+48	1,345 471	-54	9571
60	1,335 062	- 3	1,336 983	+ 6	1,341 235	- 7	1,344 616	-67	9554
65	(1,334 206)	- 2	1,336 150	-20	(1,340 389)	(-11)	(1,343 826)	+ 2	(9620)
70	(1,333 324)	+12	1,335 268	-12	(1,339 507)	(+12)	(1,342 944)	- 6	(9620)

$\text{NaCl}_{\mu} = 1$

$$\begin{cases}
 H_{\alpha} = 1,3424247 - 0,0002895 \left(\frac{t}{5} \right) - 0,00002835 \left(\frac{t}{5} \right)^2, \\
 \text{Na-L.} = 1,3444864 - 0,0003338 \left(\frac{t}{5} \right) - 0,00002480 \left(\frac{t}{5} \right)^2, \\
 H_{\beta} = 1,3488296 - 0,0003238 \left(\frac{t}{5} \right) - 0,00002733 \left(\frac{t}{5} \right)^2, \\
 H_{\gamma} = 1,3522618 - 0,0003132 \left(\frac{t}{5} \right) - 0,00002725 \left(\frac{t}{5} \right)^2.
 \end{cases}$$

10—40°

11906

$$\text{NaCl}_{\mu} = 1$$

$$40-70^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} H_{\alpha} = 1,344\,331\,7 - 0,000\,696\,9 \left(\frac{t}{5}\right) - 0,000\,006\,32 \left(\frac{t}{5}\right)^2, \\ \text{Na-L.} = 1,346\,021\,9 - 0,000\,655\,2 \left(\frac{t}{5}\right) - 0,000\,008\,13 \left(\frac{t}{5}\right)^2, \\ H_{\beta} = 1,350\,731\,2 - 0,000\,738\,3 \left(\frac{t}{5}\right) - 0,000\,004\,47 \left(\frac{t}{5}\right)^2, \\ H_{\gamma} = 1,353\,715\,9 - 0,000\,655\,2 \left(\frac{t}{5}\right) - 0,000\,008\,13 \left(\frac{t}{5}\right)^2. \end{array} \right.$$

Die eingeklammerten Werte sind aus der Annahme eines mittleren Wertes der Dispersion für die einzelnen Linien abgeleitet. Die obigen Δ (Differenz zwischen berechneten und gefundenen Werten) beziehen sich auf diese Formeln. Innerhalb der Fehlergrenzen des Versuches liegen auch noch die aus nachstehenden Formeln berechneten Werte.

$$\text{NaCl}_{\mu} = 1$$

$$10-40^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} H_{\alpha} = 1,342\,512\,8 \\ \text{Na-L.} = 1,344\,457\,5 \\ H_{\beta} = 1,348\,787\,8 \\ H_{\gamma} = 1,352\,262\,8 \end{array} \right\} - 0,000\,063\,02\,t - 0,000\,001\,078\,t^2.$$

$$\text{NaCl}_{\mu} = 1$$

$$40-70^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} H_{\alpha} = 1,344\,269\,2 \\ \text{Na-L.} = 1,346\,195\,7 \\ H_{\beta} = 1,350\,459\,0 \\ H_{\gamma} = 1,353\,889\,0 \end{array} \right\} - 0,000\,137\,28\,t - 0,000\,000\,270\,5\,t^2.$$

Die gemeinsamen Formeln für die zusammengehörigen Chlornatrium- und Chlorkaliumlösungen sind:

	$\text{KCl}_{\mu} = 1$	$\text{NaCl}_{\mu} = 1$	
$10-40^{\circ}$	$H_{\alpha} = 1,342\,384\,5$	$1,342\,491\,9$	$\left\{ \begin{array}{l} - 0,000\,061\,86\,t - 0,000\,001\,089\,t^2 \end{array} \right.$
	$\text{Na-L.} = -$	$1,344\,435\,2$	
	$H_{\beta} = 1,348\,640\,2$	$1,348\,766\,9$	
	$H_{\gamma} = 1,352\,067\,3$	$1,352\,241\,9$	
	$\text{KCl}_{\mu} = 1$	$\text{NaCl}_{\mu} = 1$	
$40-70^{\circ}$	$H_{\alpha} = 1,344\,315\,2$	$1,344\,426\,1$	$\left\{ \begin{array}{l} - 0,000\,143\,14\,t - 0,000\,000\,213\,t^2 \end{array} \right.$
	$\text{Na-L.} = -$	$1,346\,358\,3$	
	$H_{\beta} = 1,350\,453\,8$	$1,350\,606\,3$	
	$H_{\gamma} = 1,353\,796\,6$	$1,354\,048\,8$	

$\text{NaCl}_{10} = 2$ (117 g in 1000 ccm bei 15° C.); $d_{10} = 1,0788$.

t°	H_α	Na-Linie	H_β	H_γ
9,0	1,351 057	1,353 096	1,357 711	1,361 431
10,3	1,351 015	1,353 058 (10,2)	1,357 570 (10,4)	1,361 319
15,5	1,350 392	1,352 421 (15,4)	1,356 956 (15,5)	1,360 657 (15,5)
15,7	1,350 351	1,352 301	1,356 892	1,360 643
20,3	1,349 805	1,351 800	1,356 371	1,360 047
21,0	1,349 677	1,351 734	1,356 310	1,359 907
25,4	1,349 063?	1,351 091	1,355 696	1,359 321
30,5	1,348 462	1,350 370 (30,6)	1,355 023 (29,8)?	—
30,6	1,348 401	1,350 361 (30,7)	1,354 930 (30,6)	1,358 632
35,2	1,347 778	1,349 732 (35,5)	1,354 340 (35,0)	1,357 986 (35,0)
35,6	1,347 680	1,349 689	1,354 214	—
40,1	1,347 017	1,349 034	1,353 662	1,357 360 (40,0)
40,3	1,347 071	1,349 070 (40,5)	1,353 653 (40,2)	—
45,0	1,346 314	1,348 319	1,352 941	—
50,5	1,345 377	1,347 812 (50,6)	1,351 908 (50,6)	1,355 440
56,0	1,344 390	—	—	—
56,2	1,344 340	1,346 397	1,350 879	1,354 553
60,6	1,343 621	1,345 593	1,350 121	—
66,5	1,342 534	1,344 435	1,348 984	1,352 528
70,5	1,341 643	1,343 682	1,348 086 (70,6)	1,351 675 (70,6)

	H_α	Δ	Na-Linie	Δ	H_β	Δ	H_γ	Δ	$H_\gamma - H_\alpha$
10	1,351 008	+25	1,353 030	+7	1,357 604	+3	1,361 347	+21	10339
15	1,350 439	-2	1,352 427	-1	1,356 995	0	1,360 723	-10	10284
20	1,349 821	-5	1,351 840	-37	1,356 414	+46	1,360 062	-9	10241
25	1,349 145?	+22	1,351 149	+5	1,355 752	+34	1,359 374	+9	10229
30	1,348 499	-7	1,350 455	+27	1,355 005	-42	1,358 702	+7	10203
35	1,347 773	+18	1,349 772	+17	1,354 303	-50	1,357 986	+8	10213
40	1,347 072	-10	1,349 092	-18	1,353 661	+22	1,357 360	-25	10288
45	1,347 072	+38	1,349 092	-26	1,353 661	-59	1,357 360	-1	10288
50	1,346 314	-24	1,348 319	+25	1,352 941?	+68	—	—	—
55	1,345 464	-18	1,347 420	-27	1,352 019	+16	1,355 606	+6	10242
60	1,344 565	+15	1,346 587	+13	1,351 100	-9	1,354 681	-8	10116
65	1,343 719	-30	1,345 703	+24	1,350 224	+33	—	—	—
70	1,342 810	-35	1,344 729	-21	1,349 273	+22	1,352 840	+27	10030
75	1,341 754	+85	1,343 776	-4	1,348 217	-71	1,351 827	-18	10073

$\text{NaCl}_{\mu=2}$

$$10-40^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} H_{\alpha} = 1,3521449 - 0,0005293 \left(\frac{t}{5} \right) - 0,00001325 \left(\frac{t}{5} \right)^2, \\ \text{Na-L.} = 1,3541827 - 0,0005111 \left(\frac{t}{5} \right) - 0,00001094 \left(\frac{t}{5} \right)^2, \\ H_{\beta} = 1,3587469 - 0,0005511 \left(\frac{t}{5} \right) - 0,00001094 \left(\frac{t}{5} \right)^2, \\ H_{\gamma} = 1,3626534 - 0,0006361 \left(\frac{t}{5} \right) - 0,00000357 \left(\frac{t}{5} \right)^2. \end{array} \right.$$

 $\text{NaCl}_{\mu=2}$

$$40-70^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} H_{\alpha} = 1,3528985 - 0,0006233 \left(\frac{t}{5} \right) - 0,00001159 \left(\frac{t}{5} \right)^2, \\ \text{Na-L.} = 1,3547745 - 0,0006049 \left(\frac{t}{5} \right) - 0,00001279 \left(\frac{t}{5} \right)^2, \\ H_{\beta} = 1,3596523 - 0,0006478 \left(\frac{t}{5} \right) - 0,00001171 \left(\frac{t}{5} \right)^2, \\ H_{\gamma} = 1,3636431 - 0,0007085 \left(\frac{t}{5} \right) - 0,00000959 \left(\frac{t}{5} \right)^2. \end{array} \right.$$

 $\text{NaCl}_{\mu=2}$

$$10-40^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} H_{\alpha} = 1,3522232 \\ \text{Na-L.} = 1,3542244 \\ H_{\beta} = 1,3587902 \\ H_{\gamma} = 1,3624796 \end{array} \right\} - 0,00011338 t - 0,000000387 t^2.$$

 $\text{NaCl}_{\mu=2}$

$$40-70^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} H_{\alpha} = 1,3530634 \\ \text{Na-L.} = 1,3550532 \\ H_{\beta} = 1,3595973 \\ H_{\gamma} = 1,3631863 \end{array} \right\} - 0,00012923 t - 0,000000457 t^2.$$

 $\text{KCl}_{\mu=2}$ $\text{NaCl}_{\mu=2}$

$$10-40^{\circ} \left\{ \begin{array}{ll} H_{\alpha} = 1,3519377 & 1,3521101 \\ \text{Na-L.} = & 1,3541141 \\ H_{\beta} = 1,3584720 & 1,3586796 \\ H_{\gamma} = 1,3621006 & 1,3623668 \end{array} \right\} - 0,00010937 t - 0,000000369 t^2.$$

(Mittlerer Beobachtungsfehler ± 64 Einheiten der sechsten Decimale.) $\text{KCl}_{\mu=2}$ $\text{NaCl}_{\mu=2}$

$$40-70^{\circ} \left\{ \begin{array}{ll} H_{\alpha} = 1,3527200 & 1,3525854 \\ \text{Na-L.} = & 1,3545823 \\ H_{\beta} = 1,3591614 & 1,3591193 \\ H_{\gamma} = 1,3628043 & 1,3627083 \end{array} \right\} - 0,00011630 t - 0,000000531 t^2.$$

(Mittlerer Beobachtungsfehler ± 73 Einheiten der sechsten Decimale.)

$\text{NaCl}_{\mu=3}$ (175,50 g in 1000 ccm bei 15° C.); $d_{15} = 1,1164$.

t°	H_α	Na-Linie	H_β	H_γ
8,5	1,359 902	1,362 042 (8,6)	1,366 866 (8,6)	1,370 813 (8,6)
10,0	1,359 750	1,361 884 (10,2)	1,366 698 (10,0)	1,370 612 (10,0)
15,7	1,358 983	1,361 102	1,365 931	1,369 805
20,8	1,358 381	1,360 408	1,365,241	1,369 083 (21,0) ?
25,6	1,357 567	1,359 698	1,364 529	1,368 397
30,6	1,356 865	1,358 986	1,363 812	1,367 793 ?
35,6	1,356 160	1,358 272	1,363 082	1,367 084
40,8	1,355 366	1,357 411	1,362 316	1,366 141
45,1	1,354 675	1,356 765	1,361 513	1,365 398
50,0	1,353 871	1,356 028	1,360 765	1,364 648 ?
56,5	1,352 760	1,354,846	1,359 549	1,363 449
60,6	1,352 094	1,354 148	1,358 912	1,362 732
66,3	1,351 090	1,353 196	1,357 834	1,361 738
71,3	1,349 971	1,352 025	1,356 740	1,364 638

Die durch lineare Interpolation erhaltenen Specialwerte sind:

H_α	Δ	Na-Linie	Δ	H_β	Δ	H_γ	Δ	$H_\gamma - H_\alpha$
1,359 750	+ 24	1,361 904	- 1	1,366 698	+ 5	1,370 612	- 14	10 862
1,359 077	+ 10	1,361 201	0	1,366 025	+ 4	1,369 904	- 5	10 827
1,358 391	0	1,360 517	- 10	1,365 346	- 11	1,369 219	- 19	10 828
1,357 665	+ 19	1,359 787	+ 6	1,364 618	+ 5	1,368 486	+ 16	10 821
1,356 949	+ 17	1,359 071	- 4	1,363 892	- 1	1,367 866	- 66	10 917?
1,356 249	- 10	1,358 357	- 17	1,363 170	+ 15	1,367 169	- 65	10 920?
1,355 498	+ 3	1,357 546	+ 37	1,362 345	+ 25	1,366 256	+150	10 758
1,355 498	+ 8	1,357 546	+ 42	1,362 345	+ 20	1,366 256	- 14	10 758
1,354 691	+ 3	1,356 780	0	1,361 532	0	1,365 422	0	10 731
1,353 871	- 5	1,356 028	- 75	1,360 765	- 78	1,364 648	- 64	10 777?
1,353 016	+ 8	1,355 122	0	1,359 830	0	1,363 729	0	10 713
1,352 205	- 38	1,354 256	+ 16	1,358 928	+ 33	1,362 832	+ 24	10 627
1,351 319	- 24	1,353 409	0	1,358 080	0	1,361 965	0	10 646
1,350 262	- 145	1,352 329	+201	1,357 024	+163	1,360 924	+310	10 662

$\text{NaCl}_{\mu=3}$

$$\begin{cases}
 H_\alpha &= 1,361\,1161 - 0,000\,6608 \left(\frac{t}{5}\right) - 0,000\,005\,14 \left(\frac{t}{5}\right)^2, \\
 \text{Na-L.} &= 1,363\,255\,6 - 0,000\,665\,2 \left(\frac{t}{5}\right) - 0,000\,005\,48 \left(\frac{t}{5}\right)^2, \\
 H_\beta &= 1,367\,994\,7 - 0,000\,626\,8 \left(\frac{t}{5}\right) - 0,000\,009\,53 \left(\frac{t}{5}\right)^2, \\
 H_\gamma &= 1,371\,995\,2 - 0,000\,698\,7 \left(\frac{t}{5}\right).
 \end{cases}$$

$$\text{NaCl}_{(\mu=3)} \quad 40-70^\circ \left\{ \begin{array}{l} H_\alpha = 1,3614539 - 0,0006829 \left(\frac{t}{5}\right) - 0,00000758 \left(\frac{t}{5}\right)^2, \\ \text{Na-L.} = 1,3635604 - 0,0006915 \left(\frac{t}{5}\right) - 0,00000688 \left(\frac{t}{5}\right)^2, \\ H_\beta = 1,3685970 - 0,0007310 \left(\frac{t}{5}\right) - 0,00000600 \left(\frac{t}{5}\right)^2, \\ H_\gamma = 1,3721619 - 0,0006690 \left(\frac{t}{5}\right) - 0,00000888 \left(\frac{t}{5}\right)^2. \end{array} \right.$$

Hieraus die allgemeinen Formeln:

$$\text{NaCl}_{\mu=3} \quad 10-40^\circ \left\{ \begin{array}{l} H_\alpha = 1,3611143 \\ \text{Na-L.} = 1,3632306 \\ H_\beta = 1,3680476 \\ H_\gamma = 1,3719603 \end{array} \right\} - 0,00013258 t - 0,000000203 t^2.$$

$$\text{NaCl}_{\mu=3} \quad 40-70^\circ \left\{ \begin{array}{l} H_\alpha = 1,3615273 \\ \text{Na-L.} = 1,3636120 \\ H_\beta = 1,3683462 \\ H_\gamma = 1,3722265 \end{array} \right\} - 0,00013872 t - 0,000000293 t^2.$$

Unter Benutzung der früher gefundenen Werte für die Chlorkaliumlösungen¹⁾ lassen sich die gemeinsamen Formeln aufstellen:

$$\begin{array}{cc} \text{KCl}_{\mu=3} & \text{NaCl}_{\mu=3} \\ 10-40^\circ \left\{ \begin{array}{l} H_\alpha = 1,3606181 \\ \text{Na-L.} = - \\ H_\beta = 1,3674637 \\ H_\gamma = 1,3712395 \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} 1,3609773 \\ 1,3630928 \\ 1,3679072 \\ 1,3718255 \end{array} \right\} - 0,00012776 t - 0,000000179 t^2 \end{array}$$

(Mittlerer Beobachtungsfehler ± 76 Einheiten der sechsten Decimale.)

$$\begin{array}{cc} \text{KCl}_{(\mu=3)} & \text{NaCl}_{(\mu=3)} \\ 40-70^\circ \left\{ \begin{array}{l} H_\alpha = 1,3612327 \\ \text{Na-L.} = - \\ H_\beta = 1,3680141 \\ H_\gamma = 1,3717865 \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} 1,3612258 \\ 1,3633120 \\ 1,3680304 \\ 1,3719278 \end{array} \right\} - 0,00013112 t - 0,000000333 t^2 \end{array}$$

(Mittlerer Beobachtungsfehler ± 80 Einheiten der sechsten Decimale.)

1) C. Bender, Ann. d. Phys. 2. p. 191. 1900.

$\text{NaCl}_{\mu=4}$ (234,0 g in 1000 ccm bei 15° C.); $d_{15} = 1,1522$.

t°	H_{α}	Na-Linie	H_{β}	H_{γ}
10	1,367 955	1,370 206	1,375 210	1,379 287
15,6	1,367 172	1,369 359 (15,7)	1,374 334 (15,7)	1,378 494 (15,7)
21,5	1,366 887	1,368 521	1,373 593	1,377 662
(25,6)	—	1,367 901	1,372 929	1,377 067
30,1	1,365 087	1,367 278	1,372 302 (30,0)	1,376 430 (29,9)
35,5	1,364 266	1,366 452	1,371 440	1,375 507 (35,6)
40,4	1,363 515	1,365 641	1,370 688	1,374 726
45,5	1,362 674	—	1,369 869	—
50,0	1,361 924	1,364 065 (50,1)	1,368 832	1,373 175 (49,9)
56,3	1,360 877	1,363 004	1,368 011	1,372 118
60,6	1,360 116	1,362 298	1,367 254	1,371 370
65,0	1,359 361	1,361 510	1,366 431	1,370 572
72,0	1,358 193	1,360 245	1,365 266	1,369 306

t°	H_{α}	Na-Linie	H_{β}	H_{γ}	$H_{\gamma} - H_{\alpha}$
10	1,367 955	1,370 206	1,375 210	1,379 287	11 332
15	1,367 309	1,369 465	1,374 542	1,378 591	11 282
20	1,366 587	1,368 734	1,373 784	1,377 877	11 290
25	—	1,367 992	1,373 012	1,377 153	—
30	1,365 100	1,367 279	1,372 303	1,376 413	11 313
35	1,364 342	1,366 529	1,371 518	1,375 603	11 261
40	1,363 576	1,365 707	1,370 749	1,374 790	11 214
45	1,362 756	—	1,369 949	—	—
50	1,361 924	1,364 083	1,369 072	1,373 156	11 232
55	1,361 093	1,363 226	1,368 236	1,372 333	11 240
60	1,360 222	1,362 397	1,367 360	1,371 474	11 252
65	1,359 361	1,361 510	1,366 494	1,370 572	11 211
70	1,358 527	1,360 606	1,365 617	1,369 668	11 141

Innerhalb der Temperaturgrenzen 10—40° einerseits und 40—70° andererseits ist der Brechungsexponent bei den concentrirten Lösungen von $\text{NaCl}_{\mu=4}$ an eine lineare Function der Temperatur gebunden:

$$\text{NaCl}_{\mu=4} \quad \left\{ \begin{array}{l} H_{\alpha} = 1,3694681 - 0,0007298 \left(\frac{t}{5} \right), \\ \text{Na-L.} = 1,3717365 - 0,0007498 \left(\frac{t}{5} \right), \\ H_{\beta} = 1,3767344 - 0,0007435 \left(\frac{t}{5} \right), \\ H_{\gamma} = 1,3808352 - 0,0007495 \left(\frac{t}{5} \right); \end{array} \right. \quad 10-40^{\circ}$$

$$\text{NaCl}_{\mu=4}$$

$$40-70^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} H_{\alpha} = 1,370\,3206 - 0,000\,841\,5 \left(\frac{t}{5} \right), \\ \text{Na-L.} = 1,372\,555\,5 - 0,000\,850\,2 \left(\frac{t}{5} \right), \\ H_{\beta} = 1,377\,619\,4 - 0,000\,855\,3 \left(\frac{t}{5} \right), \\ H_{\gamma} = 1,381\,671\,2 - 0,000\,853\,7 \left(\frac{t}{5} \right); \end{array} \right.$$

woraus die allgemeinen Formeln resultiren:

$$\text{NaCl}_{\mu=4}$$

$$10-40^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} H_{\alpha} = 1,369\,532\,1 \\ \text{Na-L.} = 1,371\,703\,4 \\ H_{\beta} = 1,376\,731\,7 \\ H_{\gamma} = 1,380\,816\,0 \end{array} \right\} - 0,000\,148\,64\,t$$

(Mittlerer Beobachtungsfehler $\pm 40,4$ Einheiten der sechsten Decimale.)

$$\text{NaCl}_{\mu=4}$$

$$40-70^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} H_{\alpha} = 1,370\,427\,5 \\ \text{Na-L.} = 1,372\,553\,4 \\ H_{\beta} = 1,377\,561\,0 \\ H_{\gamma} = 1,381\,631\,0 \end{array} \right\} - 0,000\,170\,00\,t$$

(Mittlerer Beobachtungsfehler $\pm 32,3$ Einheiten der sechsten Decimale.)

$\text{NaCl}_{\mu=4,5}$ (263,25 g in 1000 ccm bei 15°C.); $d_{45} = 1,1698$.

t°	H_{α}	Na-Linie	H_{β}	H_{γ}
9,8	1,371 714	1,373 892	1,379 128	1,383 271
15,6	1,370 874	1,373 126	1,378 291	1,382 467
21,4	1,370 037	1,372 267	1,377 350	1,381 531
25,5	1,369 378	1,371 575	1,376 728	1,380 940
30,2	1,368 649	1,370 890 (30,1)	1,376 040	1,380 184
35,6	1,367 832	1,370 126	1,375 149	1,379 360
+				
40,0	1,367 122	1,369 396	1,374 463 (40,0)	1,378 632 (40,0)
45,4	—	1,368 542	1,373 680	1,377 793
50,2	1,365 486	1,367 730	1,372 788	1,376 906
57,2	1,364 356	1,366 570	1,371 663	1,375 779
60,7	1,363 750	1,365 963 (60,8)	1,371 041 (60,8)	1,375 121 (60,8)
66,6	1,362 769	1,364 978	1,369 992	2,374 143
70,7	1,362 083	1,364 258	1,369 256 (70,8)	1,373 425 (70,8)

t°	H_{α}	Na-Linie	H_{β}	H_{γ}	$H_{\gamma} - H_{\alpha}$
10	1,371 685	1,373 866	1,379 099	1,383 243	11 558
15	1,370 961	1,373 205	1,378 378	1,382 549	11 588
20	1,370 239	1,372 474	1,377 577	1,381 757	11 518
25	1,369 453	1,371 659	1,376 804	1,381 012	11 559
30	1,368 680	1,370 905	1,376 069	1,380 216	11 586
35	1,367 923	1,370 209	1,375 248	1,379 452	11 519
40	1,367 130	1,369 401	1,374 463	1,378 632	11 502
45	—	1,368 607	1,373 737	1,377 800	—
50	1,365 523	1,367 764	1,372 826	1,376 940	11 417
55	1,364 711	1,366 935	1,372 017	1,376 133	11 422
60	1,363 876	1,366 102	1,371 162	1,375 256	11 380
65	1,363 035	1,365 249	1,370 281	1,374 413	11 378
70	1,362 200	1,364 380	1,369 379	1,373 545	11 345

$\text{NaCl}_{\mu=4,5}$

$$10-40^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} H_{\alpha} = 1,373\,234\,5 - 0,000\,759\,2 \left(\frac{t}{5}\right), \\ \text{Na-L.} = 1,375\,382\,1 - 0,000\,744\,2 \left(\frac{t}{5}\right), \\ H_{\beta} = 1,380\,668\,8 - 0,000\,772\,7 \left(\frac{t}{5}\right), \\ H_{\gamma} = 1,384\,822\,6 - 0,000\,768\,5 \left(\frac{t}{5}\right); \end{array} \right.$$

$\text{NaCl}_{\mu=4,5}$

$$40-70^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} H_{\alpha} = 1,373\,724\,3 - 0,000\,821\,7 \left(\frac{t}{5}\right), \\ \text{Na-L.} = 1,376\,132\,0 - 0,000\,836\,8 \left(\frac{t}{5}\right), \\ H_{\beta} = 1,381\,301\,4 - 0,000\,847\,3 \left(\frac{t}{5}\right), \\ H_{\gamma} = 1,385\,428\,9 - 0,000\,847\,8 \left(\frac{t}{5}\right), \end{array} \right.$$

oder die allgemeinen Formeln:

$$10-40^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} H_{\alpha} = 1,373\,245\,8 \\ \text{Na-L.} = 1,375\,479\,8 \\ H_{\beta} = 1,380\,611\,0 \\ H_{\gamma} = 1,384\,785\,8 \end{array} \right\} - 0,000\,152\,26\,t$$

(Mittlerer Beobachtungsfehler = 35,9 Einheiten der sechsten Decimale.)

$$\begin{array}{c}
 \text{NaCl}_{\mu} = 4,5 \\
 40-70^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} H_{\alpha} = 1,373\,908\,6 \\ \text{Na-L.} = 1,376\,140\,9 \\ H_{\beta} = 1,381\,202\,0 \\ H_{\gamma} = 1,385\,332\,4 \end{array} \right\} - 0,000\,167\,68\,t
 \end{array}$$

(Mittlerer Beobachtungsfehler = 35,4 Einheiten der sechsten Decimale.)

Aus den sämtlichen Beobachtungen lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

1. Die Curven, welche die Beziehung des Brechungsexponenten zur Temperatur darstellen, nähern sich mit steigender Temperatur und steigender Concentration der geraden Linie.
2. Die durch $H_{\gamma} - H_{\alpha}$ gemessene Dispersion nimmt mit der Temperatur etwas ab.

Molecularrefraction.

Bei der additiven Eigenschaft der Ausdrücke von der Form $(n^2 - 1)/(n^2 + 2) d$, in welchen n den Brechungsexponenten und d die Dichte eines einfachen oder zusammengesetzten Körpers bedeuten, lässt sich nach den vorhergehenden Untersuchungen leicht die Molecularrefraction des NaCl in den verschieden concentrirten Lösungen berechnen. Bezüglich dieser Berechnungen verweise ich auf eine frühere Abhandlung¹⁾ und bemerke nur, dass für d und n die bei 15° C. gefundenen (oder berechneten) Werte in Betracht gezogen wurden. Bezeichnet N den Brechungsexponenten des festen NaCl, m dessen Moleculargewicht 58,5 und D seine Dichte, so erhält man für die Molecularrefraction des NaCl $[58,5 (N^2 - 1) / (N^2 + 2) D]$ die Tabelle:

μ	H_{α}	Na-Linie	H_{β}	H_{γ}
0,5	9,04	9,48?	9,22	9,44
1	9,06	9,31?	9,28	9,43
2	9,10	9,25	9,30	9,46
3	9,09	9,21	9,31	9,45
4	9,00	9,21	9,41	9,47
4,5	9,07	9,18	9,30	9,53
Mittelwert	9,060	9,273	9,303	9,468

1) C. Bender, Ann. d. Phys. 2. p. 194. 1906.

Ist der Brechungsexponent der Lösung auf ± 1 der vierten Decimale genau, so fallen die Werte der Tabelle um ± 1 der ersten Decimale ungenau aus. In Rücksicht hierauf ist die Molecularrefraction für jede der Gruppen H_a etc. als constant anzusehen. Immerhin lässt aber eine gewisse Uebereinstimmung in denselben vermuten, dass die Molecularrefraction mit der Concentration anfänglich zu- und dann wieder abnimmt. Das habe ich auch schon früher bei der Berechnung der Molecularrefraction des KCl gefunden.¹⁾

Nimmt man das specifische Gewicht des festen NaCl gleich 2,150 an²⁾, so resultiren aus obiger Tabelle folgende Werte für N (bei 15° C.):

μ	H_a	Na-Linie	H_β	H_γ
0,5	1,5788	1,6212?	1,5926	1,6105
1	1,5804	1,6001?	1,5972	1,6097
2	1,5817	1,5954	1,5994	1,6117
3	1,5827	1,5922	1,6001	1,6113
4	1,5757	1,5922	1,6081	1,6129
4,5	1,5812	1,5898	1,5994	1,6177
Mittelwert	1,5801	1,5985	1,5995	1,6123

F. Kohlrausch³⁾ hat aus Constanten der elliptischen Polarisation für Chlornatrium (Na-Linie, Temperatur 22°) den Wert 1,5145 gefunden. Es ist daher wohl anzunehmen, dass der Brechungsexponent für irgend eine Strahlengattung und Substanz in den Lösungen grösser ist, wie in dem ungelösten Zustande.

Atomrefraction.

Da die Atomrefraction des freien Chlors für die Na-Linie nach Brühl⁴⁾ den Wert 5,78 besitzt, so bleibt für die Atom-

1) C. Bender, l. c. p. 195.

2) Landolt's Tab. 43g. p. 95.

3) F. Kohlrausch, Landolt's Tab. 95. p. 218.

4) J. W. Brühl, J. H. van't Hoff's Vorlesungen über theor. und phys. Chem. 3. Heft. p. 73. 1900.

refraction des Na, wenn wir uns an den Mittelwert der ersten Tabelle anschliessen, *der Betrag 3,493* übrig. Das spezifische Gewicht des festen Natriums ist nach Schröder¹⁾ im Mittel für 15° C. gleich 0,985. Mit Hülfe dieses Wertes berechnet sich der Brechungsexponent des *metallischen Natriums* für die Natriumlinie (bei 15° C.) zu 1,23601.

1) H. Schröder, Landolt's Tab. 41a. p. 79.

(Eingegangen 15. März 1902.)

als
eine
ano

die
wir
und
Zw
wur
nän
wer
ges
We
setz
der
ziel

ver
sol
Tec
sag
Sch
Con

sch

**8. Bestimmung der Schwingungsdauer
der oscillatorischen Condensatoren-entladung;
von L. Mandelstam.**

(Strassburger Dissertation.)

Einleitung.

Es ist von grosser Wichtigkeit, sowohl für die Technik, als auch in rein wissenschaftlicher Hinsicht, die Wechselzahl eines Wechselstromes genau und ohne Störung der Versuchsanordnung bestimmen zu können.

Es sind zu diesem Behufe Methoden erfunden worden, die meistens in der Technik Anwendung finden, unter denen wir diejenigen von Lamb und Smith¹⁾, Pionchon²⁾, Healing und Letall erwähnen wollen. Die Methoden, die für unseren Zweck geeignet sein könnten und die teilweise verwirklicht wurden, beruhen auf zwei verschiedenen Principien. Es kann nämlich zunächst die Schwingungsdauer direct beobachtet werden, indem man, wie es z. B. bei Healing und Letall geschieht, eine Saite durch einen mit dem zu messenden Wechselstrom erregten Elektromagneten in Schwingungen versetzt und bei maximaler Wirkung auf die Uebereinstimmung der Schwingungsdauer der Saite und des Stromes den Schluss zieht.

Die anderen hierher gehörenden Methoden beruhen auf verschiedenen anderen Principien, sind aber meistens ebensolche directe Methoden. Sie geben i. A. für die in der Technik gebräuchliche Wechselzahlen gute Resultate, versagen aber, wenn wir uns der Untersuchung sehr schneller Schwingungen zuwenden, wie man sie bei Entladungen von Condensatoren vor sich hat.

Es ist ja von vorneherein klar, dass die Trägheit des schwingenden Bestandtheiles des Instrumentes bei Millionen

1) H. Lamb u. W. Smith, Beibl. 13. p. 720. 1884.

2) J. Pionchon, Compt. rend. 120. p. 872. 1895.

Schwingungen pro Secunde das verlangte Mitschwingen verhindert.

Wir müssen noch eine weitere Methode erwähnen, die ebenfalls zu den directen Methoden gehört. Das ist nämlich die Verwendung der Braun'schen Röhre. Der luminescirende Fleck wird mittels einer, durch den zu untersuchenden Wechselstrom durchflossenen Spule in Schwingungen versetzt und seine Bahn mittels eines rotirenden Spiegels oder der Zenneck'schen Anordnung zu einer Curve ausgezogen. Welche ausgezeichneten Dienste diese Methode bei der Untersuchung von Wechselströmen von mittlerer Frequenz leistet, ist wohlbekannt. Die Braun'sche Röhre ist auch bei Untersuchung der Condensatorenladungen bei nicht sehr grossen Wechselzahlen von Richard und Ziegler und Simon erfolgreich gebraucht worden. Der obenerwähnte Nachtheil der directen Methode fällt hier weg. Es ist wenigstens über die Existenz der Trägheit der Kathodenstrahlen noch nichts Näheres bekannt. Wenn wir von der Hypothese der kleinen geladenen Teilchen ausgehen, so müssen wir annehmen, dass bei etwa 10^8 Wechsel pro Secunde bei gewöhnlicher Versuchsanordnung (d. i. bei nicht zu langem Felde) die Kathodenstrahlen noch den elektromagnetischen Schwingungen folgen müssen. Ist nämlich die Schwingungsdauer so gross, dass das Feld in der Zeitdauer des Durchlaufens eines Teilchens als constant angesehen werden kann, so wird selbstverständlich der Fleck die Schwingungen mitmachen.

Doch fehlt noch bei Anwendung der Braun'schen Röhre für die Untersuchung sehr schneller Schwingungen jede Erfahrung, wenn wir von der von Simon und Reich¹⁾ publicirten Arbeit absehen.

Bei Untersuchungen von sehr schnellen Schwingungen bewährt sich am besten die Methode des rotirenden Spiegels, welche bei der historisch ersten experimentellen Prüfung von den Ergebnissen der theoretischen Untersuchungen von W. Thomson²⁾, durch Feddersen³⁾ angewandt wurde. Be-

1) H. Th. Simon u. M. Reich, Physik. Zeitschr. 2. p. 289. 1901.

2) W. Thomson, Phil. Mag. (4) 5. p. 393. 1853.

3) W. Feddersen, Pogg. Ann. 113. p. 116, 437. 1861.

kanntlich wurde dieselbe Frage, unabhängig von Thomson, von Kirchhoff¹⁾ behandelt, welchem die experimentellen Untersuchungen von Feddersen bereits vorlagen. Feddersen untersuchte Schwingungen bis zu $5,10^6$ pro Secunde. Trowbridge und Duane²⁾ erreichten viel grössere Schwingungszahlen (etwa $5,10^6$ pro Secunde). Diese Methode wurde neuerdings von Decombe³⁾ verfeinert.

Ein Mifsstand der Methode ist der, dass zur Ausführung derselben das Auftreten eines Funkens notwendig ist, was ja nicht bei jeder Versuchsanordnung verwirklicht werden kann.

Ein Nachteil der erwähnten Methode liegt noch darin, dass sie ziemlich umständlich ist und meistens complicirte Apparate verlangt.

Die vorliegende Arbeit sucht eine Methode auszuarbeiten, die principiell von den bisher angewandten verschieden ist: sie ist nämlich als indirect anzusehen. Hr. Professor Braun schlug mir vor, dieselbe auf folgendem Princip auszuarbeiten⁴⁾: „Der oscillirende Strom gabelt sich zwischen einer Selbstinduction und dem einen Thermometerdraht eines Differentialthermometers einerseits, einem inductionslosen (elektrolytischen) Widerstand und dem zweiten Thermometer andererseits. Indem man die Wärmewirkung in beiden Drähten gleich macht, sucht man einen Ohm'schen Widerstand, welcher ebenso gross ist, wie der scheinbare inductive, wodurch bei gegebener Selbstinduction sich die Schwingungszahl bestimmt.“ Es sei hier erwähnt, dass das Princip der Bestimmung der Schwingungsdauer aus dem Vergleich von Ohm'schem und inductivem Widerstand bereits schon von Rutherford⁵⁾ u. a. verwendet wurde.

Die Anwendung einer indirecten Methode erschliesst ein grösseres Gebiet, birgt aber freilich auch einen Nachteil, welcher aus folgendem ersichtlich wird: Das zahlenmässige Ergebnis einer indirecten Messung leitet sich aus Formeln ab, welche zu ihrer Begründung einiger vereinfachenden Annahmen bedürfen. So ist z. B. die quasistationäre Verteilung des

1) G. Kirchhoff, Pogg. Ann. 121. p. 193, 351. 1864.

2) J. Trowbridge u. W. Duane, Phil. Mag. (5) 40. p. 223. 1895.

3) L. Decombe, Comp. rend. 132. p. 1037. 1901.

4) F. Braun, Drahtlose Telegraphie p. 66. 1901.

5) E. Rutherford, Phil. Transactions 189. p. 1—24. 1897.

Stromes als bestehend angenommen. Wie weit aber letztere Annahme sich rechtfertigen lässt, d. h. brauchbare Resultate liefert, kann nur das Experiment entscheiden. Wir bemerken noch folgendes: Die Richtigkeit der Methode kann auf folgendem Wege Bestätigung finden. Wie bekannt, lässt sich die Schwingungsdauer eines Flaschenkreises nach der Formel:

$$\tau = 2\pi\sqrt{Lc},$$

wo L der Selbstinductionscoefficient des Kreises, c die Capacität, direct berechnen. Indem man also einen Flaschenkreis von bekannten Dimensionen baut, und die Schwingungsdauer derselben berechnet, andererseits die letztere mittels der Methode bestimmt, kann man aus der mehr oder weniger vollständigen Uebereinstimmung beider Werte auf die Richtigkeit der Methode direct einen Schluss ziehen.

I. Abschnitt.

Wir wenden uns zunächst zur theoretischen Untersuchung der Vorbedingung, welche für die praktische Verwendbarkeit der Methode unerlässlich sind. Es muss nämlich eine Anordnung des Apparates gebraucht werden, welche uns die Sicherheit gewährt, dass die ursprüngliche Schwingungsdauer der zu untersuchenden Entladung durch das Anlegen des Apparates nicht verändert wird.

Es ist ausserdem noch folgendes zu bemerken:

Wir haben schon oben erwähnt, dass die Schwingungsdauer sich aus dem Selbstinductionscoefficienten des einen Zweiges und dem Ohm'schen Widerstand, welcher die Wärmewirkung in beiden Thermometerdrähten gleich macht und welchen wir in Folgendem kurz als „äquivalenten Widerstand“ bezeichnen wollen, berechnen lässt.

Wir kommen weiter darauf zu sprechen, in welcher Weise das Differentialthermometer zur Gewinnung einer Nullmethode dient, welche den Schluss auf die Gleichheit der Wärmewirkungen gestattet, d. h. auf das Bestehen der Relation:

$$\int (i_1^2 - i_2^2) dt = 0.$$

Wird aber diese Relation als bestehend angenommen und heisst p_1 der Selbstinductionscoefficient des einen Zweiges,

w_2 der Wert des äquivalenten Widerstandes, so ergibt dieselbe im Falle eines reinen Sinusstromes $i = \sin nt$ für n den Wert $n = w_2/p_1$.

Diese Formel ist eine Vereinfachung der allgemeineren, welche unter der Voraussetzung gewonnen ist, dass der Ohm'sche Widerstand der Spule mit Selbstinduction gegen np vernachlässigt werden darf, was bei Anwendung von so hohen Schwingungszahlen, wie man sie bei Entladung von Condensatoren vor sich hat, stets erlaubt ist.

Es muss nun durch die folgende Rechnung gezeigt werden, dass auch bei Condensatorentladungen, wo wir es nicht mit einem einfachen Sinusstrom zu thun haben, unter gewissen Voraussetzungen noch immer dieselbe Relation statthat.

Es sei zunächst folgendes bemerkt:

Wir nehmen in allen unseren Rechnungen an, dass alle Ströme „quasistationär“ sind, d. h. dass die Stromintensität in allen Punkten der Stromcurve gleiche Phase hat. Streng gilt bekanntlich letzteres bei den veränderlichen Strömen nie, und unsere Annahme will also nur bedeuten, dass alle in Betracht kommenden Längen klein sind im Vergleich zu den Wellenlängen. Nur unter dieser Annahme gelten die weiter benutzten Gleichungen. Auch hier kann endgültig nur das Experiment entscheiden, welches Verhältnis als klein genug anzunehmen ist, um der Bedingung des quasistationären Zustandes zu genügen. Indessen ist es wünschenswert, doch ein Urtheil über dieses Verhältnis zu gewinnen, was einfach durch die Angabe aller auf's Minimum reducirten, im Instrumente vorkommenden Längen geschehen kann.

Es wurde in unserem Apparat bei der im zweiten Abschnitt beschriebenen Modification (Fig. 2) die grösste vorkommende Länge etwa auf 1,5—2 m reducirt. Es scheint somit höchst wahrscheinlich, dass die Stromverteilung bei 8—10 Millionen Schwingungen pro Secunde noch mit genügender Genauigkeit als quasistationär angesehen werden kann.

Es sei aber folgendes bemerkt: Die Verteilung muss quasistationär im Instrumente sein, kann dagegen beliebig in den Theilen des schwingenden Systems werden. Dann misst das Instrument die Schwingungsdauer der an seinen Enden vorhandenen Spannung. Damit ist die Möglichkeit gegeben,

erstens den Gültigkeitsbereich der Formel $\tau = 2\pi\sqrt{Lc}$ in manchen Fällen festzustellen, dann aber auch die Schwingungsdauer der Spannung an den Condensatorplatten auch noch in den Fällen zu ermitteln, in welchen die Formel $\tau = 2\pi\sqrt{Lc}$ infolge der nicht quasistationären Verteilung im Schliessungskreise keine Anwendung mehr findet.

Theoretischer Teil.

Die thatsächliche Versuchsanordnung ist aus Figg. 1 u. 2 zu ersehen.

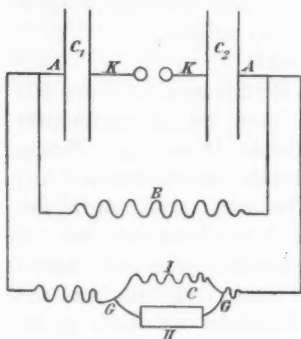


Fig. 1.

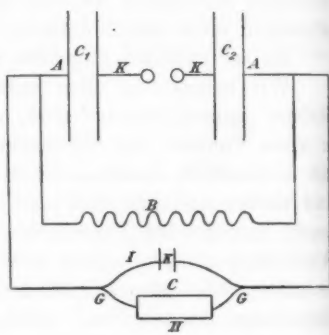


Fig. 2.

c_1 und c_2 sind zwei Condensatoren, deren äussere Belegungen erstens durch ABA verbunden sind. Der Ohm'sche Widerstand dieses Kreises heisse W , seine Selbstinduction L . Diese Teile sind bei den beiden Anordnungen dieselben. Die äusseren Belegungen der Condensatoren sind noch durch den Nebenschluss ACA verbunden, der sich wiederum verzweigt. In der Fig. 1 besteht der unverzweigte Teil des Nebenschlusses aus Ohm'schem Widerstand und Selbstinduction. Der Zweig I enthält eine Selbstinduction, der Zweig II einen inductionslosen Widerstand. In dem der Fig. 2 entsprechenden Falle enthält der unverzweigte Teil einen inductionslosen Widerstand w . Der Zweig I enthält einen Condensator K , der Zweig II einen inductionslosen Widerstand. Es handelt sich in letzter Linie darum, die Stromstärken in I und II zu finden.

Bei genauer Durchrechnung werden aber die Resultate infolge der Complicirtheit unübersichtlich. Wir wollen deshalb folgendermaassen verfahren. Wir nehmen an, dass in beiden Fällen der Nebenschluss unverzweigt ist und schreiben ihm zu: im ersten Fall einen Widerstand w und einen Selbstinductionscoefficienten p .

Diese Annahme rechtfertigt sich dadurch, dass, wie aus weiterem folgt, die Werte der Selbstinduction und des Widerstandes, falls sie nur gross genug genommen werden, gar nicht in Betracht kommen.

Im zweiten Falle wollen wir annehmen, dass der Nebenschluss bloss inductionslosen Widerstand enthält, was sich durch den grossen Wert von dem inductionslosen Widerstand des unverzweigten Theiles des Nebenschlusses und den kleinen Wert von K rechtfertigen lässt.

Nachdem wir die Stromstärke in dem Nebenschluss ACA , d. h. im unverzweigten Theile desselben gefunden haben werden, bestimmen wir die Strömstärken in beiden Zweigen I und II. Wir gehen von den Gleichungen aus, die für ein Stromnetz gelten, in dem keine elektromotorischen Kräfte vorhanden sind.¹⁾

$$(1) \quad \begin{cases} \sum i = 0 \text{ für jeden Verzweigungspunkt,} \\ \sum \left(w_K + \frac{P_K}{c_K} + p_K \frac{\partial i_K}{\partial t} \right) = 0, \quad \frac{\partial P_K}{\partial t} = i_K \end{cases}$$

für einen vollen Umlauf, wo w_K , p_K Widerstand, bez. Selbstinductionscoefficient des Zweiges K , c_K die Capacität des Condensators, welchen der k^{te} Zweig enthält, P_K dessen Ladung.

Wir wenden diese Gleichungen auf den ersten Fall an, wo der Nebenschluss Ohm'schen Widerstand w und Selbstinduction p enthält.

Es bedeutet i die Stromstärke im unverzweigten Teil von ACA .

Wir bezeichnen weiter mit: L den Selbstinductionscoefficienten von ABA , W seinen Widerstand, J die Stromstärke.

1) E. Cohn, Das elektromagnetische Feld p. 353. 1900.

Wir wollen den Widerstand von den Zuleitungsdrähten der Funkenstrecke sowohl als denjenigen der Funkenstrecke selber als verschwindend klein annehmen. Wir bemerken weiter: Aus den Gleichungen (1) folgt sofort, dass wir die symmetrische Anordnung der Figur durch eine unsymmetrische ersetzt denken können, indem wir die beiden Condensatoren c_1 und c_2 durch einen einzigen von der Capacität:

$$c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$$

ersetzen.

Wenden wir nun die Gleichungen (1) auf den vollen Umlauf $AB A$, sodann auf den Umlauf ACA an, so erhalten wir zwei folgende Gleichungen:

$$(2) \quad \begin{cases} L \frac{\partial^2 J}{\partial t^2} + W \frac{\partial J}{\partial t} + \frac{J+i}{c} = 0, \\ p \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + w \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{J+i}{c} = 0. \end{cases}$$

Beide Gleichungen haben folgende Eigenschaft in Bezug auf die Coefficienten. Es ist

$$\frac{1}{\sqrt{pc}} \text{ bez. } \frac{1}{\sqrt{Lc}}$$

viel grösser als

$$\frac{w}{p} \text{ bez. } \frac{W}{L}.$$

Um das Gesagte zu stützen, nehmen wir ein Beispiel. Die Zahlen sind aus unseren Versuchen entnommen und abgerundet.

$$L = 6.5 \cdot 10^3 \text{ cm}, \quad W = 10^8 \text{ cm sec}^{-1}, \quad c = \frac{1,700}{9,10^{20}} \text{ cm}^{-1} \text{ sec}^2;$$

$$\frac{W}{L} = 1,5 \cdot 10^4 \text{ sec}^{-1}, \quad \frac{1}{\sqrt{Lc}} = 10^7 \text{ sec}^{-1}.$$

Aus den Gleichungen ergibt sich durch Elimination von J folgende Gleichung für i

$$(3) \quad \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + \left(\frac{w}{p} + \frac{W}{L} \right) \frac{\partial i}{\partial t} + \left(\frac{1}{cp} + \frac{1}{cL} + \frac{wW}{pL} \right) i = 0.$$

Das vollständige Integral dieser Gleichung ist

$$i = A e^{-\alpha t} + B e^{-\beta t} \sin \gamma t + C e^{-\beta t} \cos \gamma t,$$

wenn $-\alpha$, $-\beta \pm i\gamma$ die Wurzeln der algebraischen Gleichung

$$(3a) \quad z^3 + \left(\frac{w}{p} + \frac{W}{L}\right) z^2 + \left(\frac{1}{cp} + \frac{1}{cL} + \frac{wW}{pL}\right) z + \frac{w+W}{pLe} = 0.$$

Wenn wir berücksichtigen, dass, wie schon oben bemerkt, w/p und W/L sehr kleine Grössen im Vergleich mit $1/\sqrt{p c}$ sind, so erhalten wir folgende Werte für α , β , γ , die sich direct durch Auflösung der Gleichung (3a) mittels der cardanischen Formel ergeben.

$$\alpha = \frac{w+W}{p+L}, \quad \beta = \frac{1}{2} \left(\frac{w}{p} + \frac{W}{L} - \frac{w+W}{p+L} \right),$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{c} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{L} \right)}.$$

Da aber $2\pi\sqrt{cL}$ die Schwingungsdauer des Systems $AB A$ für sich genommen ist, so folgt, dass, wenn wir w und p sehr gross im Vergleich mit W , L nehmen, das Anlegen des Zweiges ACA nichts an der Schwingungsdauer des Systems ändert.

Die Anfangsbedingungen für J und i sind:

$$\text{Zur Zeit } t=0, \quad J=0, \quad i=0.$$

Aus den Differentialgleichungen werden von den obigen Anfangsbedingungen folgende Gleichungen abgeleitet:

$$A + C = 0,$$

$$-\alpha A + \gamma B - \beta C = \frac{P}{cp},$$

$$\alpha^2 A - 2\beta\gamma B + (\beta^2 - \gamma^2) C = -\frac{wP}{cp^2},$$

woraus sich

$$\frac{C}{B} = -\frac{A}{B} = \frac{\gamma \left(2\beta - \frac{w}{p} \right)}{\gamma^2 - \frac{w}{p} \alpha - \frac{w}{p} \beta}$$

ergibt.

Da α und β klein im Vergleich mit γ sind, so können wir die Stromintensität $i = B e^{-\beta t} \sin \gamma t$ annehmen.

Wir gehen zur Berechnung der Stromstärken in I und II über.

Sind i_1 und i_2 die Stromintensitäten in I und II, so erhalten wir aus (1) für i_1 die Gleichung:

$$(4) \quad \frac{\partial i_1}{\partial t} + \frac{w_2}{p_1} i_1 - \frac{w_2}{p_1} B e^{-\beta t} \sin \gamma t = 0$$

(w_1 ist gegen w_2 zu vernachlässigen). Es ist hier w_1 , p_1 Widerstand bez. Selbstinduction des Zweiges I, w_2 der inductionslose Widerstand von II; für i_1 bekommen wir:

$$i_1 = m e^{-\beta t} \sin \gamma t + n e^{-\beta t} \cos \gamma t - n e^{-r t},$$

wenn

$$r = \frac{w_2}{p_1}; \quad m = \frac{B r^2}{p^2 + \gamma^2}; \quad n = \frac{B \gamma r}{r^2 + \gamma^2};$$

es ist weiter

$$i_2 = (B - m) e^{-\beta t} \sin \gamma t - n (e^{-\beta t} \cos \gamma t - e^{-r t}).$$

Setzen wir die gefundenen Ausdrücke für i_1 und i_2 in die Relation

$$\int_0^\infty (i_1^2 - i_2^2) dt = 0,$$

so erhalten wir, indem wir berücksichtigen, dass die Werte von α und β sehr klein sind, im Vergleich mit denjenigen von γ ,

$$(5) \quad r = \gamma \text{ oder } \gamma = \frac{w_2}{p_1},$$

die Schwingungsdauer τ ergibt sich

$$\tau = 2\pi \frac{p_1}{w_2}.$$

Für den zweiten Fall (Fig. 2), in welchem der Nebenschluss inductionslosen Widerstand enthält, ist die Rechnung von Mizuno¹⁾ durchgeführt. Es ergibt sich, dass, wenn der Widerstand des Nebenschlusses w gross ist im Vergleich mit W und ausserdem

$$\frac{L}{w c}$$

klein gegen W , so verläuft die Entladung so als ob der Nebenschluss fehlte. Im Nebenschlusse selbst ist aber die Stromstärke ebenfalls eine gedämpfte Sinusfunction von derselben Periode und Dämpfung wie im Kreis ABA .

1) T. Mizuno, Ann. d. Phys. 4. p. 811. 1901.

Um nun für diesen Fall die Stromstärken in I und II zu finden, bekommen wir folgende Gleichungen:

$$(6) \quad \frac{P_1}{K} = w_2 i_2, \quad i_1 + i_2 = i = B e^{-\beta t} \sin \gamma t, \quad \frac{\partial P_1}{\partial t} = i_1,$$

hierin ist K die Capacität des Condensators, welchen der Zweig I enthält, P_1 dessen Ladung. Es ist ferner w_2 der Ohm'sche Widerstand des Zweiges II i_1 und i_2 die bez. Stromstärken.

Durch Elimination von i_1 und P_1 erhalten wir für i_2 folgende Gleichung:

$$(4a) \quad \frac{\partial i_2}{\partial t} + \frac{i_2}{K w_2} - \frac{B e^{-\beta t} \sin \gamma t}{K w_2} = 0.$$

Diese Gleichung ist nun der Gleichung (4) der vorigen Seite identisch, wenn wir nur statt

$$\frac{w_2}{P_1} \text{ die Grösse } \frac{1}{K w_2}$$

einsetzen, oder also

$$r = \frac{1}{K w_2}.$$

Wir bekommen also wiederum, wenn wir die aus den Gleichungen (6) und (4a) erhaltenen Werte für i_1 und i_2 in die Relation

$$\int_0^{\infty} (i_1^2 - i_2^2) dt = 0$$

einsetzen,

$$r = \gamma \quad \text{oder} \quad \gamma = \frac{1}{K w_2}.$$

Die Schwingungsdauer τ ergibt sich also in diesem Falle $\tau = 2\pi w_2 K$.

Wir haben in unseren Rechnungen mit den Constanten der Stromleiter und mit Capacitäten operirt, wobei wir keine Rücksicht darauf nahmen, dass die Werte der Constanten bei veränderlichen und stationären Strömen verschieden ausfallen.

Wir wollen nun das Abgeleitete rechtfertigen, indem wir folgendermaassen verfahren. Wir teilen alle in Betracht kommenden Constanten in zwei Classen. Die erste enthält die Constanten, die in der Endformel nicht vorkommen, die zweite die übrigen. Von den ersten haben wir nur zu zeigen, dass alle gemachten Vernachlässigungen noch immer erlaubt

sind. Die Veränderung des Widerstandes und des Selbstinductionscoefficienten bei sehr schnellen Schwingungen rührt bekanntlich von der ungleichmässigen Verteilung der Stromlinien im Querschnitte eines Leiters her. Die Formeln, die die Aenderung des Widerstandes eines gradlinigen Drahtes als Function der Schwingungsdauer angeben, sind von Stephan und Lord Rayleigh angegeben worden. Es ist annähernd für einen gradlinigen Draht; falls wir mit w' den veränderten Widerstand bezeichnen

$$w' = w \pi a \sqrt{\frac{n \mu}{\sigma}},$$

wo w der Widerstand für constante Ströme, a der Radius des Drahtes, n der Schwingungszahl, μ die magnetische Permeabilität, σ der specifische Widerstand in absoluten Einheiten.

Nehmen wir $n = 2,10^6/\text{Sec.}$, $a = 0,05 \text{ cm}$, und da für Kupfer $\sigma = 1650$, erhalten wir somit $w' = 5 w$; wir sehen also, dass, obwohl die Widerstände der Drähte ganz beträchtlich vergrössert werden, die gemachten Vernachlässigungen noch immer erlaubt sind. In der Endformel kommen Widerstände von Drähten gar nicht vor.

Was nun die Selbstinductionscoefficienten betrifft, so sieht man aus der obenerwähnten Arbeit von Stephan, dass, falls die Spulen aus unmagnetischem Material gemacht sind, der Wert derselben nur unmerklich von dem für stationäre Ströme berechneten verschieden ist. Wir können also die aus den Formeln berechneten, bez. durch bekannte Methoden bestimmte Selbstinductionscoefficienten auch für die schnellen Schwingungen als richtig annehmen.

Es bleibt noch zu zeigen, dass die Werte von den übrigen in der Endformel enthaltenen Constanten (Ohm'schen Widerstand des Elektrolyten) aus stationären Messungen zu entnehmen sind.

Was den elektrolytischen Widerstand betrifft, so wurde sowohl theoretisch als experimentell von mehreren Autoren der Nachweis geliefert, dass derselbe sich bei Benutzung von Wechselströmen von einer noch viel grösseren Frequenz als wir es hier vor uns haben, nicht ändert. Der Grund liegt in einer geringen Ausbreitung der Stromlinien infolge des grossen specifischen Widerstandes des Elektrolyten.

Nach einer Rechnung von Stephan¹⁾ ist es z. B. für die bestleitende Schwefelsäure die Dichtigkeit der Stromlinien an der Oberfläche des mit dem Elektrolyten gefüllten Röhre von 1 cm Durchmesser von der Dichte in der Axe der Röhre nur um 0,8 Proc. verschieden bei 50 Millionen Schwingungen pro Sec. Der experimentelle Nachweis ist durch die Arbeiten von Cohn²⁾, Udny Jule³⁾, J. J. Thomson⁴⁾, Nernst⁵⁾ u. a. geliefert.

Die Nullmethode.

Wir haben oben gesagt, dass wir für das Auffinden des äquivalenten Ohm'schen Widerstandes uns des Differentialthermometers bedienen. Es wird hier wohl am Platze sein, sowohl auf die Einrichtung als auch auf die Verwendung des-

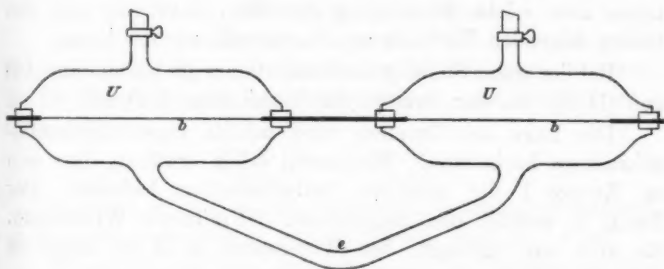


Fig. 3.

selben zur Gewinnung einer Nullmethode näher einzugehen. Das von uns benutzte Thermometer bestand aus zwei gleichen weiten Glasröhren *U*, die durch eine gebogene Röhre *e* verbunden sind. *b* ist ein feiner Platindraht (0,25 mm Durchmesser), der an Kupferdrähte angelötet ist. Die Länge der Ballons betrug in unserem Instrument 17 cm, der Durchmesser 4,5 cm. Die Drähte müssen möglichst gut ausgezogen sein, damit sie wenig Selbstinduction besitzen. Ihr Ohm'scher Widerstand ist gegen den Widerstand des Zweiges II, ihre

- 1) J. Stephan, Wied. Ann. 41. p. 411. 1890.
- 2) E. Cohn, Wied. Ann. 21. p. 667. 1894.
- 3) Udny Jule, Wied. Ann. 50. p. 742. 1893.
- 4) J. J. Thomson, Proc. Roy. Soc. 45. p. 269. 1889.
- 5) W. Nernst, Wied. Ann. 60. p. 601. 1897.

Selbstinduction gegen die Selbstinduction des Zweiges I zu vernachlässigen. Ferner sollen die Widerstände in den beiden Ballons untereinander gleich sein. Die absolute Gleichheit ist nicht erforderlich, wie man es aus der nachstehenden Betrachtung ersehen kann. Das Auffinden des Nullpunktes wird indessen durch die Gleichheit der Widerstände bedeutend erleichtert. In der Verbindungsrohre befindet sich ein Tropfen von einer leichten Flüssigkeit (Alkohol).

Die Gleichheit der Widerstände wird geprüft, indem man beide Drähte hintereinander schaltet. Alsdann muss der Tropfen ruhen oder sich nur wenig von seiner Ruhelage entfernen.

Das Differentialthermometer wird nicht direct in die Verzweigung eingeschaltet. Es wird vielmehr mittels eines Commutators eine solche Einrichtung getroffen, dass eine von den beiden folgenden Verbindungen hergestellt werden kann.

Bei der ersten Stellung des Commutators die Verbindung (I 1) und (II 2), bei der zweiten die Verbindung (I 2) und (II 1).

Die Lage des Tropfens wird mittels eines Horizontalmikroskops beobachtet. Wir haben schon erwähnt, dass sich im Zweige I die constante Selbstinduction befindet. Der Zweig II enthält den regulirbaren Ohm'schen Widerstand. Es wird nun verlangt, den Widerstand in II so lange zu reguliren, bis die gewünschte Relation

$$\int (i_1^2 - i_2^2) dt = 0$$

zwischen den Stromintensitäten in den beiden Zweigen eintritt. Wir müssen also zeigen, welche Angabe des Differentialthermometers den Schluss auf das Bestehen dieser Relation gestattet.

Es werde zunächst der Strom geschlossen. Der Tropfen in der Verbindungsrohre des Thermometers verschiebt sich alsbald aus seiner Symmetrielage, bleibt aber nach einiger Zeit in der veränderten Stellung ruhig. Beim Umschlagen der Wippe ändert der Tropfen im Allgemeinen seine Lage. Bei einer gewissen Grösse des Widerstandes in II, die man durch Regulirung leicht erreichen kann, reagirt nun der Tropfen nicht mehr auf das Commutiren.

Wie leicht zu ersehen, ist das nur bei

$$\int (i_1^2 - i_2^2) dt = 0$$

möglich, wo i_1 und i_2 die entsprechenden Stromintensitäten in I bez. II sind. Denn nach dem Eintreten der Ruhelage des Tropfens ist

$$\text{in Ballon 1 } p_1 v_1 = R (T + \varphi_1(a))$$

$$\text{in Ballon 2 } p_1 v_2 = R (T + \varphi_2(b))$$

wo

$$a = \int i_1^2 dt, \quad b = \int i_2^2 dt,$$

φ_1, φ_2 sind nicht näher definirbare Functionen, woraus

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T + \varphi_1(a)}{T + \varphi_2(b)}.$$

Dies gilt für die Verbindung (1, I), (2, II).

Nach dem Commutiren, d. h. nach der Herstellung der Verbindung (1, II), (2, I) bleibt dieselbe Beziehung bestehen, da der Tropfen seine Lage nicht ändert, nur sind a und b vertauscht, also:

$$\frac{T + \varphi_1(a)}{T + \varphi_2(b)} = \frac{T + \varphi_1(b)}{T + \varphi_2(a)}.$$

Da aber φ_1 und φ_2 mit wachsenden Argumenten wachsen, so kann diese Beziehung nur statthaben, wenn $a = b$ ist.

Bezeichnen wir nun diejenige Lage des Tropfens als Nulllage, die die Commutation gestattet, so ist damit bewiesen, dass das Auffinden der Nulllage zu der Bestimmung des äquivalenten Widerstandes führt. Es soll noch folgendes bemerkt werden: Der Commutator muss eine sehr schnelle Commutation gestatten. Nur in diesem Falle gelingt es, den Widerstand zu finden, bei welchem das Commutiren den Tropfen in Ruhe lässt; wird nämlich der Strom beim Umschlagen des Commutators, wenn auch für eine relativ kurze Zeit, unterbrochen, so fängt der Tropfen an, sich nach seiner Symmetrielage zu bewegen, die ja im Allgemeinen von der Nulllage verschieden. Bei sehr schnellem Umschlagen gelingt es jedoch, den Tropfen in seiner Ruhelage zu erhalten. In den weiter zu beschreibenden Versuchen wurde eine sechspolige Pohl'sche Wippe gebraucht, die bei einiger Uebung das Gewünschte sehr gut leistete.

Die oben beschriebene Nullmethode ist vor allem, wie es auch Braun¹⁾ hervorhebt, von dem Uebelstande anderer mit dem Quadrate der Stromstärke arbeitenden Nullmethoden frei, welche auf directes Nullmachen der Wärmewirkung hinausspielen. Denn die letztere ist eben als mit $(di)^2$ proportional zu gering, die Methode zu unempfindlich. Hier dagegen ist die Differenz der Wirkungen mit $i di$ proportional und kann daher durch Vergrößerung von i wenigstens theoretisch beliebig gross gemacht werden.

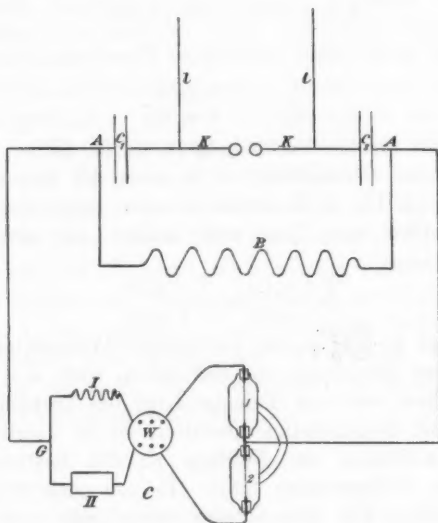


Fig. 4.

Es bedeuten $l l$ Drähte, die zu den Polen eines Transformators führen; als solches wurde ein Inductorium gebraucht, das durch den Wechselstrom der Centrale gespeist wurde.

Die Grösse der Funkenstrecke variierte bei unseren Versuchen zwischen 1,5 und 4 mm.

Die anderen Bestandteile der hier skizzirten Versuchsanordnung sind im Text beschrieben.

1) F. Braun, Drahtlose Telegraphie p. 66.

II. Abschnitt.

Wir gehen nun zur Beschreibung der angestellten Versuche über, deren Resultate sowohl die oben besprochene Verification der Methode enthalten, als auch einen Schluss über die Grenzen der Anwendbarkeit derselben gestatten. Die Versuchsanordnung ist aus der Fig. 4 ersichtlich. Es wurde stets mit symmetrischer Versuchsanordnung gearbeitet. Als Capacitäten wurden verschiedene Combinationen von sechs Leydener Flaschen gebraucht.

Die Capacität derselben wurde mittels der Stimmgabelunterbrechermethode bestimmt und die Grössen derselben ergaben sich von 1400—2500 (cm). In der weiter unten folgenden Tabelle ist die Verteilung der Capacitäten auf beiden Seiten bei jedem einzelnen Versuche angegeben. Der Schliessungskreis wurde stets so gewählt, dass sein Selbstinductionscoefficient sich aus den Dimensionen berechnen liess. Es standen zur Verfügung:

1. Eine kurze weite Rolle von 25 Windungen, von mittlerem Radius 11,75 cm, deren Selbstinductionscoefficient sich aus den Dimensionen berechnen liess und nach der Stephan'schen Formel $3 \cdot 10^5$ cm ergab.

2. Ein ringförmiges Solenoid, dessen Selbstinductionscoefficient $L = (79)^2$ cm betrug. Radius der Solenoidenaxe = 8 cm. Radius der Windungen 0,75. Gesamte Zahl der Windungen 180.

3. Endlich wurde als Leiter mit kleiner Selbstinduction ein quadratförmiges Stück Draht gebraucht, dessen Selbstinductionscoefficient sich nach der Formel von Wien¹⁾ berechnen liess.

Die Rechnung ergab $L = 1400$ cm.

Die verschiedenen Combinationen der oben besprochenen Teile lieferten also das schwingende System, dessen Schwingungsdauer einerseits aus den bekannten Dimensionen sich nach der Formel

$$\tau = 2\pi \sqrt{Lc}$$

direct berechnen liess, andererseits aber davon unabhängig mit der auseinandergesetzten Methode bestimmt wurde. Wir geben unten die Zahlen an, welche die Uebereinstimmung der beiden

1) M. Wien, Wied. Ann. 53. p. 330. 1894.

Resultate zu übersehen gestatten. Hier soll nun etwas eingehender die Beschaffenheit des im Zweige ACA befindlichen Messinstrumentes besprochen werden. Das Instrument besteht aus einem unverzweigten Teil, in dem sowohl Ohm'scher Widerstand als Spulen mit Selbstinduction eingeschaltet werden können. Der Zweck der Einschaltung derselben ist, den Ohm'schen bez. den inductiven Widerstand des ganzen Zweiges C den Anforderungen auf p. 131 gemäss genügend gross machen zu können. In g gabelt sich der Stammstrom des Instrumentes zwischen einer Selbstinduction und einem Ohm'schen Widerstand, die ihrerseits durch den Commutator W mit den Ballons des Thermometers in der schon beschriebenen Weise zusammenhängen. Als Selbstinduction wurde eine kurze weite Rolle gebraucht, die der oben beschriebenen ganz gleich war und deren Selbstinductionscoefficient also $3 \cdot 10^5$ cm betrug. Doch war diese Selbstinduction nicht die einzige, die im Laufe der Versuche an dieser Stelle gebraucht wurde. Es konnte vielmehr dieselbe verdoppelt werden, was durch Einschalten einer zweiten Spule bewirkt wurde. Die anzuwendende Selbstinduction muss, sowohl im Vergleich mit der Selbstinduction der Zuleitungsdrähte, sowie auch der Thermometerdrähte möglichst gross genommen werden. Den inductionslosen Widerstand des Zweiges lieferte eine 1 cm breite Röhre, die mit einer stark verdünnten wässerigen Lösung von Zinksulfat gefüllt war. Die Elektroden bestanden aus Zinkblech. Die eine war fest, die andere von empfindlicher Verschiebbarkeit. Es wurde eine Vorrichtung getroffen, die den elektrolytischen Widerstand in einen Zweig einer Wheatstone'schen Brücke bequem nach dem Versuche einzuschalten gestattete, sodass der Wert des äquivalenten Widerstandes jedesmal direct gemessen wurde. Da die Eigenschaften des elektrolytischen Widerstandes für das richtige Functioniren des Apparates von grosser Wichtigkeit ist, müssen wir etwas genauer auf die einzuhaltenden Maasse und auf die möglichen Fehlerquellen eingehen. Wir haben schon oben darauf hingewiesen, dass, wenn die Röhre nicht zu breit ist, und der Elektrolyt nicht zu grosse Leitfähigkeit besitzt, eine Aenderung des Widerstandes infolge des Auseinandertretens der Stromlinien nicht zu befürchten ist. Eine weitere Ueberlegung lehrt uns andererseits, dass

auch eine zu geringe Leitfähigkeit für unsere Zwecke unzulässig ist, was sich aus folgenden Ausführungen ergibt: Nimmt man eine Flüssigkeit von geringer Leitfähigkeit, so müssen die Elektroden zu nahe aneinander gebracht werden und die Zelle bildet einen Condensator von einer beträchtlichen Capacität. Beachtet man nämlich, dass die Dielektricitätsconstante von schlechtleitenden Flüssigkeiten sehr gross ist, so wird es leicht verständlich, dass auch bei ziemlich grosser Entfernung der Elektroden die Capacität des Condensators einen beträchtlichen Wert annehmen kann. Die Entfernung der Elektroden darf somit nie unter 4—5 cm sinken. Die Wirkung der Capacität ist die folgende: Stützen wir uns auf die Thatsache, dass bei einem Sinusstrom die Form des Ohm'schen Gesetzes für einen Leiter, der Capacität besitzt, aufrecht erhalten werden kann, indem man den Widerstandsoperator einführt, so gelangen wir zu dem Schluss, dass bei Wechselstrom die elektrolitische Zelle nicht mehr den wahren Ohm'schen Widerstand w hat, sondern vielmehr der in Betracht kommende Widerstand w' , durch die Formel:

$$\frac{1}{w'} = \sqrt{\frac{1}{w^2} + (c' n)^2}$$

definiert ist. Dabei ist $i = a \sin nt$ und c' die Capacität des von der Zelle gebildeten Condensators. Wir sehen also, dass bei grossen n der Wert w' von w beträchtlich abweicht. Wird nun nach dem Versuche der Widerstand der Zelle mit der Brücke bestimmt, so bekommt man w infolge der kleineren Grösse von n . Der Abstand der Elektroden in unseren Versuchen ging, wie gesagt, nie unter den Wert von 5 cm herunter. Es sei hier bemerkt, dass an diese Betrachtungen sich eine Methode zur Bestimmung der Dielektricitätsconstanten von relativ gut leitenden Flüssigkeiten anknüpfen lässt, deren weitere Ausarbeitung wir uns für später vorbehalten.

Eine weitere eventuell eintretende Aenderung des elektrolitischen Widerstandes kann ihre Ursache in der Erwärmung der Elektrolyten durch den durchgehenden Strom haben. Auch diese Fehlerquelle kann infolge des grossen Temperaturcoefficienten von Elektrolyten ziemlich bedeutend werden. Ob nun die Erwärmung gross genug ist, um einen Einfluss auf die Einstellung auszuüben, erkennt man am besten bei der Ein-

stellung selbst. Wenn nämlich letzteres der Fall ist, so ist es erstens sehr schwer, die Nulllage zu finden, — ist sie aber einmal gefunden, so bleibt sie nicht constant, d. h. der Tropfen ändert seine Lage beim nochmaligen Commutiren. Die Nulllage wird wieder erreicht, wenn man den elektrolytischen Widerstand um etwas vergrößert. Man vermeidet diesen Fehler, indem man einfach mit schwächeren Strömen arbeitet, was man durch Vergrößerung des Ballastwiderstandes erreicht; dies ist wohl nicht immer zu empfehlen, da die Belastung die Empfindlichkeit der Methode herabdrückt. Oder man nimmt besser leitende Flüssigkeit, was wohl das Vorteilhafteste ist, oder man macht endlich die Röhre breiter.

Was endlich die störende Wirkung der Polarisierung betrifft, so wurde von Kohlrausch gezeigt, und von Nernst experimentell bestätigt, dass die letztere gar nicht in Betracht kommt, falls man mit Strömen von so hoher Frequenz arbeitet, wie man sie bei Condensatorentladungen vor sich hat.

Die nachstehende Tabelle enthält die Resultate der Bestimmung von Schwingungsdauern. Es bedeuten c_1 und c_2 die Capacität auf der linken bez. rechten Seite, c ist die resultierende Capacität

$$c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}.$$

L ist der Selbstinductionscoefficient in ABA , w_2 der Wert des äquivalenten Widerstandes, τ_1 die berechnete Schwingungsdauer, τ die mit der Methode gewonnene.

c_1	c_2	$c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$	L	w_2	τ	$\tau_1 = 2\pi \sqrt{LC}$
5620 cm	6380	3000	$3,10^5$ cm	320 Ω	$5,8 \cdot 10^{-6}$	$6,3 \cdot 10^{-6}$
3920	3160	1700	$3,10^5$	420	$4,4 \cdot 10^{-6}$	$4,7 \cdot 10^{-6}$
1400	1660	750	$3,10^5$	650	$2,9 \cdot 10^{-6}$	$3,14 \cdot 10^{-6}$
5629	6380	3000	$(79)^3$	2030	$9,2 \cdot 10^{-7}$	$8,8 \cdot 10^{-7}$
3920	3160	1700	$(79)^2$	2760	$7 \cdot 10^{-7}$	$6,6 \cdot 10^{-7}$

Bei den Bestimmungen der drei ersten Zahlen, d. h. bei relativ grossen Schwingungsdauern, befanden sich im Stamme als Belastung zwei Spulen von 100 Windungen, deren Selbstinductionscoefficient etwa das 20 fache von der Spule in I betrug. Die Vergrößerung der Belastung rief keine merkliche Aenderung des äquivalenten Widerstandes hervor. Bei den

Bestimmungen der zwei letzten Zahlen liegen die Verhältnisse ganz anders. Die Zahlen wurden gewonnen, indem sich keine Spule im Stamme befand. Das Einschalten derselben gab ein von dem oben erwähnten abweichendes Resultat. Es ergab sich nämlich, für die Versuchsanordnung, welche der fünften Zeile der Tabelle entspricht, die Schwingungsdauer $8,5 \cdot 10^{-7}$. Das Einschalten eines Kupferdrahtes von 25 m Länge beeinflusste die Resultate in einem noch viel höheren Grade.

Ferner wurden noch weitere Veränderungen vorgenommen. Die Selbstinduction im Zweige wurde durch Einschalten einer zweiten gleichgrossen Spule verdoppelt. Der äquivalente Widerstand wurde doppelt so gross, die Schwingungsdauer ergab sich also unverändert. Zum Schluss wurde noch die Leitfähigkeit des elektrolytischen Widerstandes variirt, was auch keinen merklichen Einfluss auf die Bestimmung hatte.

Wir haben nun oben erwähnt, dass das Einschalten von Inductionsspulen mit grossen Längen die Resultate nur in den Fällen nicht beeinflusste, wenn es sich um langsame Schwingungen von der Schwingungsdauer $3 \cdot 10^{-6}$ handelt. Schon bei Schwingungen, deren Zahl mehr als eine Million pro Sec. beträgt, wird die Sache anders. Die in der Tabelle stehenden Werte wurden bestimmt, indem sich im Stamme keine merkliche Selbstinduction, noch auch sonstige grosse Längen befanden. Das Einschalten von grossen Längen fälschte, wie schon oben erwähnt, das Resultat gänzlich.

Die Erklärung liegt darin, dass durch die Einschaltung von grossen Längen die Verteilung des Stromes im Instrument zu einer nicht quasistationären wird, was ein Vergleich der eingeschalteten Längen 25—30 m mit der den $1 \cdot 10^6$ Oscillationen entsprechenden Wellenlänge entspricht und als selbstverständlich erscheinen lässt. Wird aber der Strom nicht quasistationär, so lässt sich aus dem äquivalenten Widerstand kein directer Schluss auf die Schwingungsdauer ziehen. Damit ist klar, dass die erste Grenze der Anwendbarkeit der Methode darin liegt, dass die durch die Anordnung geforderte bedeutende Länge der Drähte sich bei zunehmender Schwingungszahl immer mehr störend macht. Andererseits lassen sich die Drähte der Spulen nicht zu stark verkürzen, da ihre Selbstinduction gross genug bleiben muss, um diejenige der Zuleitungs-

drähte vernachlässigen zu können. Eine andere Schwierigkeit bietet die elektrostatische Capacität der Spule, die bei enggewickelten Spiralen oft einen recht beträchtlichen Wert hat. Es wurde schon oben darauf hingewiesen, dass die Wirkung der Capacität im Zweige des Instrumentes gewissermaassen dem Anlegen eines parallelen Zweiges äquivalent ist. Der Widerstand desselben wird der Schwingungszahl umgekehrt proportional und bei grossen Schwingungszahlen schliesslich allein den gesamten Widerstand bestimmen, da ja der inductive Widerstand der Spule proportional der Schwingungszahl wächst.

Die angestellten Versuche scheinen das Gesagte zu unterstützen. Wurde nämlich die Selbstinduction in ABA kleiner und kleiner gemacht, die Schwingungen schneller, so musste zunächst der äquivalente Widerstand vergrössert werden. Die bei diesen Versuchen gebrauchten Schliessungskreise bestanden aus Spiralen und mehr oder weniger langen Drähten, deren Selbstinductionscoefficient nicht näher bekannt waren. Da es sich hier nur um die qualitative Seite der Erscheinung handelt, so kommt es auf die Kenntniss der ersteren nicht an.

Wurde die Schwingungszahl weiter gesteigert, so ergab die Einstellung einen kleineren äquivalenten Widerstand. Von den beiden erwähnten Hindernissen — grossen Längen und störenden Capacitäten — lässt sich die erste nur auf einem Wege umgehen, nämlich durch Reduction aller im Instrumente vorkommenden Längen auf einem möglichst kleinen Wert.

Es lässt sich nun eine Modification der Methode aufstellen, bei der die Längen der in Betracht kommenden Drähte auf ein Minimum reducirt werden können. Diese Modification besteht in Folgendem: Aus dem Zweige I wird die Selbstinduction entfernt, derselbe wird aber durch einen Condensator von einer bekannten Capacität unterbrochen. Man vergleicht nun den Leitungsstrom des Elektrolyten im Zweige II mit dem Ladungsstrom im Zweige I. Im übrigen ist das Verfahren mit dem oben besprochenen identisch. Wird nun der äquivalente Widerstand gefunden, so ergibt sich die Schwingungsdauer aus der Formel

$$\tau = 2\pi w_2 K,$$

wenn K die Capacität des Condensators bedeutet.

Es ist nun klar, dass bei dieser Anordnung das Anwenden von grossen Längen überhaupt vermieden werden kann. Damit ist aber die Schwierigkeit bei Anwendung der Methode für schnelle Schwingungen zum Teil umgangen. Dadurch ist aber klar, dass auch der zweite von den zuletzt besprochenen Nachteilen der Verwendung von Selbstinductionsspulen hier von selbst wegfällt.

Die vorliegende Tabelle zeigt die Resultate, die bei dieser Anwendung gewonnen wurden. Als Capacität im Zweige I diente ein verstellbarer Kohlrausch'scher Plattencondensator, dessen Capacität aus den Dimensionen der Platten und dem Abstände berechnet wurde, und sich zu 70 cm ergab. Im unverzweigten Teile des Instrumentes befand sich als Belastung ein elektrolytischer Widerstand. Derselbe wurde variirt zwischen 1500—2000, ohne einen Einfluss auf die Bestimmung der Schwingungsdauer auszuüben. Ebenso wurde die Capacität im Zweige I verdoppelt. Die bei dieser Anordnung gewonnenen Resultate stimmen bis auf etwa 2 Proc. mit den in der Tabelle stehenden überein.

c_1	c_2	$c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$	L	w_1	τ	$\tau_1 = 2\pi\sqrt{Lc}$
5620 cm	6380	3000	(79) ³ cm	1850	$9 \cdot 10^{-7}$	$8,8 \cdot 10^{-7}$
3920	3160	1700	(79) ²	1550	$6,8 \cdot 10^{-7}$	$6,6 \cdot 10^{-7}$
1400	1660	750	(79) ²	950	$4,6 \cdot 10^{-7}$	$4,4 \cdot 10^{-7}$
900	750	410	(79) ²	730	$3,6 \cdot 10^{-7}$	$3,3 \cdot 10^{-7}$
1400	1660	750	1400	510	$2,4 \cdot 10^{-7}$	$2,1 \cdot 10^{-7}$

Aus der Tabelle wird ersichtlich, dass die letzte mit der Methode gewonnene Zahl mit der berechneten schlecht übereinstimmt, dass namentlich die letztere grösser ausfällt. Dies wird aber leicht verständlich, wenn man bedenkt, dass die Flaschen für sich eine ziemlich grosse Selbstinduction besitzen, die man zu der in der Rechnung gezogenen addiren muss, um die gesamte Selbstinduction des ganzen Kreises, wie es die Formel

$$\tau = 2\pi\sqrt{Lc}$$

verlangt, zu bekommen. Der Vergleich der beiden Tabellen zeigt nun, dass die Verwendung der letzten Modification, in welcher an Stelle der Selbstinduction im Zweige I die Capacität

eingetreten ist, bei Bestimmungen von kleineren Schwingungsdauern einen grossen Vorteil bietet. Diese Modification gestattet nämlich erstens mit grösserer Sicherheit diejenigen Bestimmungen zu machen, welche mittels der Benutzung von Selbstinduction gewonnen werden können. Letzteres aber unter gewissen Bedingungen bezüglich der Belastung, von welchen die Capacitätsmethode frei ist. Zweitens: Die Anwendung der Capacität eröffnet ausserdem ein weiteres Gebiet, welches infolge der oben besprochenen Umstände bei Anwendung der Selbstinduction wohl als unzugänglich bezeichnet werden muss.

Es sei aber bemerkt, dass die Selbstinductionsmethode bei Bestimmung von grossen Schwingungsdauern allein als praktisch verwendbar zu bezeichnen ist. Eine einfache Rechnung ergibt nämlich, dass in diesem Falle die Capacität des Condensators im Zweige I sehr gross genommen werden muss, damit die Stromintensitäten in den Zweigen I und II einen nicht zu geringen Wert besitzen. Es bleibt aber ein grosses Gebiet übrig, in welchem *beide* Methoden zu genauen Bestimmungen führen. Ist nun der Strom, dessen Schwingungsdauer bestimmt werden soll, eine einfache harmonische Function der Zeit, so müssen beide Methoden, wie es aus der oben angestellten Rechnung folgt, einen und denselben Wert, nämlich den richtigen liefern.

Die Sache wird anders, falls der Strom kein reiner Sinusstrom ist. Es handle sich um einen Strom $i = f(t)$, wo f eine periodische Function der Zeit ist. Wir denken uns dieselbe in eine Fourier'sche Reihe entwickelt und bekommen also

$$i = \sum i_r \sin(\nu n t + \varphi_r),$$

wenn $2\pi/n$ die Schwingungsdauer der Grundschiwingung bedeutet. Nun wird alsdann die Spannung in $g - g$ (Figg. 1 und 2) auch in der Form einer Fourier'schen Reihe dargestellt und zwar

$$E = \sum E_r \sin(\nu n t + \psi_r).$$

Wir unterscheiden nun zwei Fälle:

1. Fall. Im Zweige II befindet sich ein elektrolytischer Widerstand, im Zweige I die Selbstinduction.

Den Ohm'schen Widerstand des Zweiges I wollen wir vernachlässigen, wie wir es immer gethan.

Die Relation $\int (i_1^2 - i_2^2) dt = 0$, wobei die Integration über ein ganzes Vielfaches der Periode zu erstrecken ist, giebt in diesem Falle

$$\left(\frac{1}{p_1 n}\right)^2 \sum \left(\frac{E_v}{v}\right)^2 = \left(\frac{1}{w_2}\right)^2 \sum E_v^2 \quad .^1)$$

Hier ist w_2 der äquivalente Widerstand. Wollen wir nun nach unseren Formeln n bestimmen, so erhalten wir

$$n = \frac{w_2}{p_1}.$$

Der richtige Wert ist aber, wie man dies direct aus der Formel sieht,

$$(7) \quad n = \frac{w_2}{p_1} \sqrt{\frac{\sum \left(\frac{E_v}{v}\right)^2}{\sum (E_v)^2}},$$

wo n die Schwingungszahl des Grundtones ist. Wir sehen somit, dass, da v ganze Zahlen sind, die durch die Methode gewonnene Zahl immer kleiner als die wirkliche ausfällt. Freilich kann man sich der Formel zur Bestimmung von n nicht bedienen, da ja i. A. die Werte von den E unbekannt sind.

2. Fall. Im Zweige II befindet sich elektrolytischer Widerstand, im Zweige I eine Capacität. Die Relation

$$\int (i_1^2 - i_2^2) dt = 0$$

giebt in diesem Falle:

$$(K n)^2 \sum (E_v \cdot v)^2 = \frac{1}{w_2'} \sum (E_v)^2$$

(w_2' der äquivalente Widerstand), wir sehen auch hier, dass der durch die Methode bestimmte Wert von n ,

$$n = \frac{1}{K w_2'},$$

von dem richtigen

$$(8) \quad n = \frac{1}{K w_2'} \sqrt{\frac{\sum (E_v)^2}{\sum (E_v \cdot v)^2}}$$

abweicht, und zwar ist der letztere wiederum kleiner.

Aus dieser Ueberlegung wird ersichtlich, dass, falls es sich um Bestimmung von Schwingungsdauern des Grundtones eines periodisch wechselnden Stromes handelt, der aber nicht

1) F. Bedell und A. Crehore, Theorie der Wechselströme, p. 147. 1895.

die Form einer einfachen harmonischen Function hat, weder eine noch die andere Methode den richtigen Wert angiebt. Die Uebereinstimmung wird um so besser, je kleiner die Amplituden der Oberschwingungen im Vergleiche mit derjenigen des Grundtones sind.

Die Formeln lehren aber weiter, dass in diesem Falle die durch die beiden Methoden gewonnenen Werte auch unter sich nicht gleich sind, sie verhalten sich nämlich wie:

$$\sum (E_v)^2 \text{ zu } \sqrt{\sum \left(\frac{E_v}{v}\right)^2 \cdot \sum (E_v \cdot v)^2}.$$

In dieser Thatsache liegt aber offenbar die Möglichkeit, durch Anwendung der beiden Methoden zu unterscheiden, ob in dem zu messenden Strom Oberschwingungen vorhanden sind oder nicht.

Für den Fall, dass ausser dem Grundton nur noch der erste Oberton in dem zu untersuchenden Strom enthalten ist, kann man durch Anwendung von beiden Methoden das Verhältniss der Amplituden bestimmen. Aus den Gleichungen (7) und (8) erhält man nämlich:

$$\left(E_1^2 + \frac{E_2^2}{4}\right)(E_1^2 + 4E_2^2) = h(E_1^2 + E_2^2)^2,$$

wo h für

$$\left(\frac{p_1}{K w_2' w_2}\right)^2$$

gesetzt ist.

Bezeichnen wir nun $(E_2/E_1)^2$ mit x , so bekommen wir für x folgende Gleichung:

$$(9) \quad x^2 + \frac{17-8h}{4(1-h)}x + 1 = 0.$$

Ist insbesondere x klein, so erhalten wir aus der Gleichung (9):

$$x = \frac{4(h-1)}{17-8h}.$$

Es sei mir an dieser Stelle gestattet, meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Prof. Braun, sowohl als Hrn. Prof. Cantor für vielfache Ratschläge bei der Arbeit meinen innigsten Dank auszusprechen.

Strassburg i./Els., Physik. Institut, Januar 1902.

(Eingegangen 27. Februar 1902.)

9. Ueber die lichtelektrische Wirkung; von P. Lenard.

(Hierzu Taf. I, Figg. 1 u. 2.)

In einer früheren Mitteilung habe ich gezeigt, dass ultraviolette Licht, das auf Körper trifft, Kathodenstrahlung aus denselben veranlassen kann.¹⁾ Diese Erzeugung von Kathodenstrahlen erwies sich unabhängig vom Vorhandensein eines Gases; sie ging, im Gegensatz zur früher allein bekannten Erzeugungsart in Entladungsröhren, auch im äussersten Vacuum vor sich.²⁾ Charakteristisch war es, wie im Vacuum gefunden wurde, dass elektrische Kräfte diese Erzeugung nicht beeinflussten; ein Ansteigen der Kraft an der negativ geladenen, belichteten Oberfläche von 100 Volt/3,6 cm bis zu 45000 Volt/3,6 cm änderte nichts an der Menge der Ausstrahlung. Es war dies im Einklang mit der Vorstellung, dass das Licht die Strahlenbildung nicht ausserhalb, sondern im Innern des Körpers veranlasse, wo es auch absorbiert wird, derart, dass dort negative Elektrizitätsquanten mit bestimmten Anfangsgeschwindigkeiten in fortschreitende Bewegung versetzt werden, sodass sie aus dem Körper herausfahren können. Die Wirkung der äusseren elektrischen Kraft wäre dann, je nach ihrer Richtung, nur Beschleunigung oder Verzögerung der Bewegung der ausgestrahlten Elektrizitätsquanten. Verzögernde äussere Kraft — entsprechend positiver Ladung des belichteten Körpers — kann schon ausgestrahlte Quanten wieder zur Rückkehr und so die Ausstrahlung scheinbar zum Stillstand bringen, was auch beobachtet wurde. Auffällig war dagegen, dass eine Verminderung der Ausstrahlung — in unserer Auffassung eine Rückkehr schon ausgestrahlter

1) P. Lenard, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 108. II a. p. 1649. 1899; auch Ann. d. Phys. 2. p. 359. 1900. — Man vergleiche auch die etwas spätere Arbeit der Herren E. Merritt u. O. M. Stewart, Phys. Rev. 11. p. 230. 1900.

2) Hierin stimmt sie überein mit der dritten, mittlerweile erkannten Erzeugungsart, durch radioactive Körper.

Quanten — auch dann eintrat, wenn die äussere Kraft beschleunigend, jedoch unter etwa 30 Volt/cm war, während viel grössere Kräfte die Ausstrahlung nicht weiter beeinflussten. Es war hier die Mitwirkung einer besonderen verzögernden Kraft noch aufzuklärenden Ursprunges anzunehmen. Hierüber, sowie über den Vorgang der Strahlenerzeugung selbst habe ich mittlerweile eingehendere Auskunft zu erlangen gesucht.

10.¹⁾ Es gelang, die Strahlen auf Phosphoreszenzschirmen sichtbar zu machen, was die Beobachtung sehr erleichtert; es soll jedoch hier zunächst nur über die Ergebnisse rein elektrometrischer Versuche berichtet werden, in welchen einerseits die an Leiteroberflächen wirksamen Kräfte elektrischer Natur Gelegenheit zu einer neuen Art von Aeusserung erhalten und andererseits die Anfangsgeschwindigkeiten der Ausstrahlung zu eingehender Messung gelangen.

In Hinsicht jener Kräfte finden wir beispielsweise, dass vom Bestehen einer spezifischen Anziehung zwischen Leitern und Elektrizität, wie sie zur Erklärung der Contactpotentialdifferenzen der Metalle angenommen wurde, eine deutliche Spur sich nicht zeigt (38). In Hinsicht der Anfangsgeschwindigkeiten findet sich, dass dieselben nicht von einheitlicher Grösse sind und dass für jeden Leiter und jede erregende Lichtart eine besondere Grössenverteilung der Geschwindigkeiten besteht (22, 23, 26, 36). Es sind aber die Grössen der Anfangsgeschwindigkeiten unabhängig von der Intensität des Lichtes (25), und dieses letztere Resultat legt die Vorstellung nahe, dass das Licht bei dem Vorgange der Ausstrahlung nur eine auslösende Rolle spiele für Bewegungen, welche dann dauernd in voller Geschwindigkeit innerhalb der Körperatome vorhanden sein müssten (28).

11. Befindet sich der belichtete Körper im gaserfüllten Raume, so nimmt die Erscheinung die Gestalt der von Hertz und Hallwachs aufgedeckten Wirkung des Lichtes an (9, 47). Schwierigkeit schien bei dieser Auffassung nur die strenge Unipolarität der letzteren Wirkung zu bieten; denn wenn der belichtete Körper unabhängig von der äusseren Kraft, also auch bei positiver Ladung, Kathodenstrahlen von den ihm

1) Zur leichteren Bezugnahme auf die frühere Arbeit (l. c.) ist deren Absatz- und Tabellennumerierung hier fortgesetzt.

und der benutzten Lichtart zugehörigen Anfangsgeschwindigkeiten aussendet, so werden dieselben, auch wenn sie durch die äussere Kraft bald zur Umkehr gebracht werden, doch das Gas durchsetzt und also, nach bisheriger Kenntnis¹⁾, elektrisch leitend gemacht haben. Durch eine leitende Gas-schicht würde aber der Körper seine positive Ladung verlieren müssen, und dies widerspricht der Erfahrung.

Hier wird gezeigt, dass zur Erregung der Leitfähigkeit in Gasen eine gewisse Minimalgeschwindigkeit von Seiten der Strahlen gehört (39, 40, 42, 43). und da wir ausserdem finden, dass die grössten, in merkbarer Menge vorkommenden Anfangsgeschwindigkeiten der durch Licht erzeugbaren Strahlen unterhalb jener Minimalgeschwindigkeit liegen, ist damit der Widerspruch aufgehoben (46).

Die Geschwindigkeit der im Vorliegenden studirten Strahlen sind von den Grössenordnungen 10^7 bis 10^8 cm/sec oder etwa $\frac{1}{1000}$ Lichtgeschwindigkeit, also wieder viel kleiner als früher (7). Es zeigt sich, dass diese langsamen Strahlen die Eigenschaften der diffusen Ausbreitung und der Absorption in Gasen in sehr hohem Maasse besitzen müssen, denn schon nach Durchfahung von einigen wenigen Gasmoleculen haben sie ihre Geschwindigkeit verloren (41), während die zuerst von mir studirten Strahlen mit etwa $\frac{1}{3}$ Lichtgeschwindigkeit 5000 Gasmoleculé durchfahren konnten, ehe ihre Bahn merklich gekrümmt oder ihre Bewegung gehemmt wurde.

Versuche im gasfreien Raum.

12. Die gegenwärtigen Versuchsreihen wurden nicht im äussersten Vacuum ausgeführt. Wohl wurde stets bis zur Wirkungsgrenze der Quecksilberluftpumpe evacuirt, jedoch besondere Mittel zur Entfernung der Gasreste von Elektroden und Glaswänden wurden nicht angewandt und Kittungen und mit Fett gedichtete Schliffe vielfach benutzt. Da die Hauptzüge der Erscheinung im äussersten Vacuum schon untersucht waren (3—8), erschien dies jetzt erlaubt.²⁾

1) P. Lenard, Wied. Ann. 51. p. 240. 1894.

2) Leitvermögen im Versuchsraume trat im Folgenden thatsächlich auf, jedoch, wie vorweg bemerkt sei, nicht bei Spannungen unter 8 Volt (44). Wo die sonst erreichte Genauigkeit es nötig machte, wurde bei

13. Die Versuchseinrichtung ist in Fig. 1 dargestellt. U ist die zu belichtende Elektrode, eine mit Terpentinruss vollkommen überzogene, kreisförmige Aluminiumscheibe von 3,4 cm Durchmesser; ihr gegenüber steht die gleichgrosse und ebenfalls vollkommen berusste Metallscheibe E , welche eine Einstülpung ϵ (Fig. 1 a) besitzt, so geformt, dass das durch die Blenden BB und gg abgesonderte, schmale Lichtbündel von der Quelle L nach U gelangen kann ohne E zu streifen. Letzteres wurde durch sorgfältige Aufstellung der Lichtquelle durchaus vermieden. Die Platte E ist sich selbst parallel

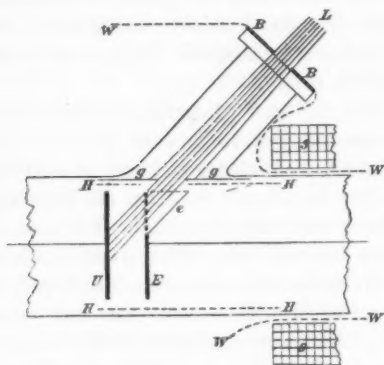


Fig. 1.



Fig. 1 b.



Fig. 1 a.

verschiebbar, sodass der Abstand \overline{UE} verändert werden kann. Für Abstände $\overline{UE} < 10$ mm wird eine besondere Elektrode E_1 , Fig. 1 b, an Stelle von E gesetzt, welche ein conisches Metallrohr r als freien Weg für das Lichtbündel trägt; die eine Mündung dieses Rohres fällt beim Abstände $\overline{UE} = 5$ mm centrisch mit der Blende gg zusammen, die andere steht dann U gegenüber. Auch diese Platte E_1 ist samt ihrem Rohre berusst. Zwischen U und E wird zu Anfang jedes Versuches eine messbare Potentialdifferenz hergestellt, was mit Hülfe von

den höheren Spannungen eine Correction wegen des Leitvermögens angebracht, was jedesmal durch * bei der betreffenden Zahl angezeigt ist. Die Ermittlung und Grösse der Correctionen sehe man in 45 bez. Tab. XX.

Accumulatoren geschah, für höhere Spannungen statisch und für geringere durch Abzweigen vom Stromkreise einiger Zellen. Die Platte, U oder E , deren Ladungsänderung durch das Licht beobachtet werden sollte, war mit einem Quadrantelektrometer verbunden. Das Gehäuse des Elektrometers, welches auch über alle Leitungen und das Plattenpaar UE sich fortsetzte und wovon WW in Fig. 1 und auch die Stannioblende BB Teile sind, war von Anfang auf dasjenige Potential gebracht, welches die mit dem Elektrometer verbundene Platte haben sollte. Zur Beobachtung wurde dann ein federnder Contact gelöst, welcher im Ruhezustand die Platte mit dem Gehäuse verband, worauf das Elektrometer die durch Wirkung des Lichtes eintretende Ladungsänderung der Platte anzeigt. Da aber hierbei auch die Spannung zwischen den beiden Platten in gleichem Maasse sich ändert, ergibt sich die Notwendigkeit, mit nur kleinen Elektrometerrausschlägen zu operiren. Sobald daher nicht hohe Spannungen benutzt werden, deren Veränderung einflusslos ist (4), wurde dem Elektrometer eine solche Capacität zugefügt und die Belichtungsdauer so gewählt¹⁾, dass die Ausschläge nur einzelne Scalenteile betrug, entsprechend bei mittlerer Elektrometerempfindlichkeit einigen Hundertstel Volt.²⁾ In der Kleinheit der zu messenden Ausschläge lag keine Beschränkung der erreichbaren Genauigkeit; denn einerseits waren die Angaben des Elektrometers bis auf etwa 0,02 Sct. verlässlich³⁾ und andererseits sind die bekannten ergiebigen Quellen ultravioletten Lichtes so schwankend in ihrer Intensität, dass schon aus diesem Grunde ausgiebige Vervielfältigung der Beobachtungen nicht zu vermeiden war.

1) Die Wirkung war proportional der Zeit; sie durfte danach für das Folgende zu leichterem Vergleich auf andere Zeiten als die benutzten, ebenso wie auch auf andere Capacitäten umgerechnet werden.

2) Die im Folgenden zu machenden Spannungsangaben sind, wo die Genauigkeit auf Hundertstel Volt geht, auf mittlere Spannung während der Versuchsdauer reducirt, indem zur angewandten Anfangsspannung die Hälfte des Elektrometerrausschlages mit entsprechendem Vorzeichen addirt wurde.

3) Starke Fernrohrvergrößerung und die Benutzung einer Scala mit Diagonalmassstab erlaubten die Zehntel Scalenteile direct abzulesen, die Hundertstel zu schätzen.

14. Die in der Zeiteinheit ausgestrahlte Menge ist der wirkenden Lichtintensität proportional. — Die gesamte, durch das absorbierte Licht zur Ausstrahlung gebrachte Electricitätsmenge gelangt nach unserer Auffassung (4) dann zur Beobachtung, wenn genügend grosse äussere beschleunigende Kraft vorhanden ist. Es wurden 200 Volt benutzt bei einem Abstände \overline{UE} von 40 mm; als Lichtquelle dienten 6 mm lange Funken (3) zwischen Zinkkugeln. Berechenbare Abstufungen der Lichtintensität wurden durch Abänderung der Entfernung zwischen den Funken und dem Glimmerdiaphragma gy hergestellt, welches letztere, enger als die Blende BB , in allen Fällen den Querschnitt des nach U gelangenden Lichtbündels begrenzt. Das Elektrometer war an U geschaltet. Folgendes sind die Resultate¹⁾:

Tabelle IV.

1	2	3	4	5	6
Abstand Funken- Glimmer- blende	Elektro- meter- ablenkung	Capacität des Elektro- meter- systems	In 1 sec entwichene Elektricitäts- menge	Relative Licht- intensität	$\frac{Q}{1/r^3}$
r	A	C	$Q = A \cdot C / 10$	$1/r^3$	
m	Sct. in 10 sec	10 ⁻¹⁰ Farad	Sct. $\frac{10^{-10} \text{ Fd.}}{\text{sec}}$	m ⁻²	
0,105	7,65	1001	766	90,6	8,47
0,132	5,00	1001	501	57,4	8,75
0,206	2,21	1001	221	23,6	9,87
0,206	222,3	10,39	231,0	23,6	9,77
0,463	35,55	10,39	36,93	4,64	7,94
0,835	10,22	10,39	10,62	1,436	7,42
0,835	95	1,14	10,82	1,436	7,55

Columnne 5 zeigt, dass die Lichtintensitäten im Verhältnis von 90 zu 1,4 variirten, während das Verhältniss zwischen Wirkung Q und Lichtintensität, Columnne 6, soweit constant ist, als die Lichtquelle es innerhalb der Zeiträume war, die zu ihrer Neuaufrstellung jedesmal nötig waren.

1) Zu bemerken ist, dass bei diesen Versuchen nur U benutzt, E jedoch eine unberusste alte Aluminiumfläche war, was indessen für den gegenwärtigen Zweck als irrelevant betrachtet werden kann.

Nicht aller hier beobachteter Elektrizitäts-transport Q erfolgte unmittelbar durch Strahlung, sondern nur der grössere Teil desselben; ein geringer Teil kommt auf Rechnung von Leitungsfähigkeit des Beobachtungsraumes (12, 45). Das umgekehrte Verhältnis findet statt bei Versuchen in verdünnten Gasen, wo der Elektrizitäts-transport durch Leitung den durch Strahlung überwiegen kann (vgl. 4, Tab. II, 0,03 mm Druck). Da nun Versuche der letzteren Art ebenfalls Proportionalität zwischen Wirkung und Lichtintensität ergeben haben¹⁾, folgt aus unseren Versuchen diese Proportionalität auch für die reine Strahlung.

15. Die Dauer des Leuchtens einer Zinkfunken spectral-
linie hat sich in den Versuchen der Herren Schuster und
Hemsalech zu etwa $5 \cdot 10^{-6}$ sec ergeben²⁾; sie dürfte in den
gegenwärtigen Versuchen noch kleiner gewesen sein, denn es
war die im Funkenapparat benutzte Capacität kleiner. Da
nun die Funken in Zwischenräumen von 0,0062 sec einander
folgten, war die Intensität der hier benutzten Lichtquelle während
der Dauer ihres Leuchtens mehr als $0,0062 / 5 \cdot 10^{-6} = 1300$ mal
größer als ihre mittlere Intensität. Die obigen Versuche be-
ziehen sich daher, auch beim größten Abstand der Lichtquelle,
in Wirklichkeit auf ausserordentlich grosse Lichtintensitäten.
Ich habe jedoch auch bei möglichst schwach brennendem
Kohlebogenlicht in Abständen von 34—268 cm von der
Glimmerblende die Wirkung noch soweit proportional dem
reciproken Quadrat des Abstandes gefunden als es bei der
geringen Konstanz des ultravioletten Leuchtens eines solchen
Bogens zu erwarten war; jedenfalls zeigte sich keinerlei An-
deutung des Bestehens eines Schwellenwertes der Lichtintensität,
bei welchem die Wirkung rasch zu Null herabsänke. Dass
ein solcher Schwellenwert, wenn er vorhanden ist, jedenfalls
sehr tief liegen müsste, zeigt besonders die weiter unten (22)
quantitativ zu betrachtende Wirkung der von der Russfläche U
reflectirten Lichtmengen. Diese sehr geringen Lichtmengen
übten, auf E fallend, dortselbst eine entsprechend geringe

1) Vgl. besonders die Versuche der Herren J. Elster u. H. Geitel,
Wied. Ann. 48. p. 625. 1893.

2) A. Schuster u. G. A. Hemsalech, Phil. Trans. 193. p. 189.
1899; nach Taf. 10, Fig. 19 und den zugehörigen Textangaben.

Wirkung aus, die sich jedoch als merklich constanter Bruchteil der Wirkung des direkten Lichtes auf U erwies, unabhängig von dessen Intensität, was nur dann sein kann, wenn auch die sehr geringen, von Russ reflectirten Lichtmengen noch proportional ihrer Intensität wirken. Die hierbei in Betracht kommenden Lichtintensitäten waren bis etwa $3 \cdot 10^6$ mal geringer als die grösste in Tab. IV benutzte Momentanintensität.

16. Ueber den Verlauf der Ausstrahlung bei verschiedenen äusseren Spannungen sei zuerst die folgende Versuchsreihe mitgeteilt (Tab. V), deren graphische Darstellung die beiden mit $UE = 10$ mm bezeichneten Linien der Taf. I, Fig. 1 ergibt. Spannungen sind dabei als Abscissen, Elektrizitätsmengen als Ordinaten aufgetragen und zusammengehörige Punkte geradlinig verbunden. Die voll ausgezogene Linie giebt die von U entweichenden, die gestrichelte die an E ankommenden Mengen, welche Mengen selbst wir kurz ebenfalls mit U bez. E bezeichnen.)

Tabelle V.

Abstand $UE = 10$ mm.

Beschleunigende Kräfte			Verzögernde Kräfte		
Lichtquelle Kohlebogen, auch Funken			Lichtquelle Kohlebogen		
1	2	3	1	2	3
Spannung zwischen U und E	Von U entweichende Menge	An E kommende Menge	Spannung zwischen U und E	Von U entweichende Menge	An E kommende Menge
X	U	E	X	U	E
Volt			Volt		
100	1,00*	1,00*	-0,66	0,162	0,029
10	0,94	0,96	-0,8	—	0,0094
2	0,85	0,84	-1,0	0,082	0,000
1	0,79	0,81	-1,2	—	-0,0041
0,5	0,73	0,74	-1,4	—	-0,0065
0,3	0,65	—	-1,8	—	-0,0072
0,2	0,55	—	-2,4	0,0000	—
0	0,40	0,34	-3,0	-0,0026	-0,0071

* Vgl. Anm. zu 12.

1) Zur durchweg benutzten Bezeichnungsweise ist weiter zu bemerken, dass unter Elektrizitätsmengen schlechthin stets Mengen negativer

17. Mit dem Inhalt der Tabelle, bez. deren graphischer Darstellung verbinden wir nun folgende Vorstellungen, von welchen alles weitere ausgeht und welche sich dabei bewährt haben. Wir unterscheiden, der besseren Orientirung halber, fünf verschiedene Stadien des Vorganges, welche verschiedenen Grössen der äusseren Kraft entsprechen (vgl. Taf. I, Fig. 1).

Im Stadium I, bei grossen verzögernden Kräften wird die gesamte, durch das Licht zur Ausstrahlung gebrachte Menge — welche letztere wir stets mit 1,00 bemessen — wieder zu U zurückgetrieben, bevor sie einen Gegenstand der Umgebung getroffen hätte. Das elektrometrische Resultat in diesem Stadium würde Null sein, wenn nicht etwas Licht von U nach E hier zerstreut reflectirt würde und dort seine Wirkung hervorbrächte. Der letzteren Wirkung entsprechen die geringen, in Taf. I, Fig. 1 als sehr kleine negative Ordinaten erscheinenden Elektrizitätsmengen, welche hier von E entweichen und an U ankommen.

Im Stadium II, wenn die verzögernde äussere Kraft geringer ist, beginnt U dauernd Ladung zu verlieren, jedoch kommt nichts davon an E an; der ganze nicht zu U zurückgehende Teil der Ausstrahlung, entsprechend der Ordinate U , geht also offenbar an die Glaswände des Apparates. Dies erscheint als Folge der tangentialen Componenten der Ausstrahlungsgeschwindigkeiten (8). Die parabolischen, am beleuchteten Centrum von U beginnenden Bahnen der Quanten erheben sich in diesem Stadium zwar noch nicht bis E hin, sie reichen aber doch seitlich über die Fläche von U schon hinaus, sodass sie an der Glaswand enden statt zu U zurückzukehren.

Wird die verzögernde Kraft noch kleiner, so tritt Stadium III damit ein, dass zum ersten Male Bahnen bis E hin reichen und dann dort enden, woher die Curve E jetzt ebenfalls positive

Elektricität verstanden sind und dass äussere Kraft positiv dann gerechnet ist, wenn sie von U kommende negative Elektricität beschleunigt. Es entspricht dies der Vorstellung, dass wir es stets nur mit Bewegungen negativer Elektricität zu thun haben. Es bedeuten danach z. B. negative Zahlen in Columnne 3, Tab. V, dass positiver Elektrometergang an E beobachtet worden war, bez. in unserer Auffassung, dass (negative) Elektricität von E entwich.

Ordinaten aufweist. Die Gesamtausstrahlung 1,00 geht jetzt zum einen Teil, E , nach E hin, zum zweiten Teil, $U - E$, seitlich an die Glaswände, und zum dritten Teil, $1 - U$, zu U zurück. Die Zahl der an E gehenden Quanten mehrt sich, wenn die verzögernde Kraft weiter sinkt, wie es das Ansteigen der Curve E zeigt. Da jedesmal nur solche Quanten bis E kommen können, deren normale Anfangsgeschwindigkeitscomponente eine gewisse, durch die Spannung UE gegebene Grösse übersteigt, wird die Form der Curven in diesem Stadium geeignet sein, die Grössenverteilung der Anfangsgeschwindigkeiten zu ermitteln, wozu freilich zunächst das seitliche Entweichen der Quanten in Wegfall gebracht werden muss (18, 20, 22, 23).

Im Stadium IV kommen die beiden Curven zum Zusammenfallen, was anzeigt, dass die jetzt beschleunigende äussere Kraft bei genügender Grösse alle nicht zu U zurückkehrenden Quanten ohne seitlichen Verlust nach E hin bringt.

Stadium V ist erreicht, wenn die beschleunigende äussere Kraft so gross geworden ist, dass keine Rückkehr von Quanten zu U mehr stattfindet, also volle Ausstrahlung, 1,00 in unserem Maasse, zur Beobachtung gelangt. Weiteres Ansteigen der Kraft ändert dann nichts mehr an den Verhältnissen, wie dies bis zu sehr hohen Kräften durch die früheren Versuche (4, Tab. I) schon ausführlich nachgewiesen erscheint.

18. Verhinderung des seitlichen Entweichens durch magnetische Kraft. — Eine über das Rohr des Apparates geschobene Stromrolle, SS in Fig. 1, liefert normal zu U und E gerichtete magnetische Kraft. Hierdurch werden die tangentialen Componenten der Bahnen der Quanten zu Kreisen gewunden, die normalen nicht geändert. Die Folge davon ist, dass das seitliche Entweichen der Quanten an die Glaswände ausbleibt; jedoch gelangen alle Quanten, die ohne magnetische Kraft entweichen wären, jetzt nicht etwa an E , sondern, wie es sein soll (17, Stadium II), nach U zurück. Es zeigt sich dies dadurch, dass die an E ankommenden Mengen — verzeichnet in Columnne 4 bez. 7 der Tab. VI — durch die magnetische Kraft nicht deutlich bemerkbar geändert werden, während die von U entweichenden Mengen sich ändern (vgl. Columnne 2 und 3, bez. 5 und 6 der Tab. VI) und zwar so, dass sie den vorgenannten Mengen E nahe gleich werden. Es bringt also die magnetische

Kraft die Curve U nahe zur Deckung mit der Curve E , welche letztere dabei ungeändert bleibt; Stadium II kommt dadurch zum Verschwinden.

Die Versuche wurden sowohl mit Kohlebogenlicht als auch mit Funkenlicht ausgeführt.¹⁾

Tabelle VI.

Abstand $\overline{UE} = 10$ mm. Volle Ausstrahlung = 1,00.

1	2	3	4	5	6	7
Potential- differenz zwischen U und E X	Bogenlicht			Funkenlicht		
	Von U entweichend		An E	Von U entweichend		An E
	Ohne magn. Kr.	Mit magn. Kr.	kommend	Ohne magn. Kr.	Mit magn. Kr.	kommend
Volt						
-0,66	+0,16	+0,032	+0,029	+0,094	+0,0088	+0,012
-1,0	+0,082	+0,0016	—	—	—	—
-1,12	—	—	—	+0,019	-0,0031	-0,0038
-3,0	-0,0026	-0,0047	-0,0071	-0,0025	-0,0038	-0,0054

19. Directe Beobachtung der seitlich entweichenden Mengen wurde möglich durch Anbringung einer metallischen, berussten Hülle HH , Fig. 1, an der Glaswand zwischen U und E .²⁾ Als dabei die magnetische Kraft, an der Oberfläche von U gemessen, etwa bis zu 15 C.G.S.-Einheiten gesteigert worden war, fing die Hülle keine negativen Ladungen mehr auf. Elektrische Kraft war dabei nicht angewandt; der Abstand \overline{UE} war 40 mm, der Radius der Hülle 2,2 cm, der des Lichtfleckes auf U 0,3 cm. Hieraus folgt die grösste, in merkbarer Menge vertretene Tangentialcomponente der Anfangsgeschwindigkeiten $15 \cdot (2,2 - 0,3) / 2 \cdot \epsilon / \mu = 1,4 \cdot 10^8$ cm/sec.³⁾ Sie ist also von der-

1) Auf die in der Tabelle bemerkbaren Unterschiede zwischen den Wirkungen der beiden Lichtarten wird später (26) eingegangen.

2) Diese Hülle ist für die ferneren Versuche wieder fortgenommen zu denken.

3) Für ϵ / μ ist hier durchweg rund 10^7 cm $^{\frac{1}{2}}$ g $^{-\frac{1}{2}}$ gesetzt.

selben Grössenordnung, wie die früher (8) für Aluminium angenähert und weiter unten (36) auch für Kohle exacter ermittelte grösste merkbare Normalcomponente.

20. Verhinderung seitlichen Entweichens durch Annäherung der Platten U und E . — Annäherung der Platten muss wie Vergrösserung derselben wirken (17, Stadium II). Es ist bei gegebener Grösse und beliebiger Richtung der Anfangsgeschwindigkeit die maximale Wurfhöhe gleich der halben maximalen Wurfweite. Danach muss die seitliche Ausstrahlung ausbleiben, wenn der Abstand UE der Platten kleiner geworden ist als der halbe Abstand zwischen dem Rande der Scheibe U und dem Rande des Lichtfleckes auf ihr, d. i. kleiner als 7 mm. Dies bestätigt auch der Versuch. Es brauchten dazu nur die mit grosser Schärfe ermittelbaren (25) Nullpunkte der Wirkung, auf U sowie auf E , entsprechend den Grenzen der Stadien I und II bez. II und III (Taf. I, Fig. 1), aufgesucht zu werden. Zusammenfallen der beiden Nullpunkte bedeutet Zusammenfallen der Curven U und E überhaupt, also Fehlen der seitlichen Ausstrahlung. Es sind in folgender Zusammenstellung hierhergehöriger Resultate die Abscissen $X(U=0)$ bez. $X(E=0)$ der beiden Nullpunkte in Volts angegeben.

Tabelle VII.

Nullpunkte der Wirkung; Kohlebogenlicht.

Abstand $UE =$	5	10	25	40 mm
$-X(U=0) =$	1,10	2,4 ¹⁾	weit über 1,2	weit über 1,2 Volt
$-X(E=0) =$	1,06	1,0 ¹⁾	1,0	1,05 Volt

Man sieht, dass für Abstände $UE \leq 10$ mm $-X(U=0)$ überall weit grösser ist als $-X(E=0)$, also viel seitliches Entweichen stattfindet, während für $UE = 5$ mm diese beiden Grössen nahe gleich werden, also das seitliche Entweichen nahe aufgehoben ist.

1) Aus Tab. V.

Für den Abstand $\overline{UE} = 25$ mm zeigt die Tabelle ausserdem nochmals, dass durch normale magnetische Kraft der Nullpunkt von U gegen den von E hinwandert, während letzterer Punkt unverrückt bleibt (18).

21. Für den Stillstand der Wirkung ist die Grösse der Potentialdifferenz zwischen dem belichteten Körper und seiner Umgebung bestimmend. — Die Constanz der Zahlen $X(E = 0)$ in Tab. VII zeigt zunächst für die Platte E , dass sie bei bestimmter Potentialdifferenz (1,0—1,06 Volt) gegen U , unabhängig vom Abstand \overline{UE} , keine Ladung mehr empfängt. Da aber nach dem Vorhergehenden (18, 19, 20) beim Nichtstattfinden seitlicher Ausstrahlung U überall gleich E wird, also auch $U = 0$ wenn $E = 0$, gilt der vorangestellte Satz. Er wird auch gefordert von den Vorstellungen, von welchen wir ausgingen (17).

Das Verhalten in Luft ist anders, wie man weiss¹⁾; hier tritt Stillstand der Wirkung dann ein, wenn eine bestimmte positive Elektrizitätsdichte oder verzögernde Normalkraft an der belichteten Oberfläche erreicht ist. Dies Verhalten in Luft muss aus dem Verhalten im Vacuum und aus den Eigenschaften der Luft folgen, worauf wir zurückkommen (47).

22. Anfangsgeschwindigkeiten; reflectirtes Licht. — Wenn seitliches Entweichen ausgeschlossen ist, was wir jetzt immer voraussetzen werden, die Curven U und E also in die eine, E , zusammenfallen, giebt deren Form Auskunft über die Grössenverteilung der Anfangsgeschwindigkeiten (17, Stadium III). Hierzu ist nur noch die Wirkung des von U nach E hin reflectirten Lichtes zu berücksichtigen. Wir betrachten jetzt dazu die Umgebung des Nullpunktes der Wirkung eingehender. Folgende Tabellen geben die Mittelwerte von im Ganzen 127 Messungen aus dieser Gegend, welche bei dem schon als genügend klein festgestellten Abstände $\overline{UE} = 5$ mm ausgeführt wurden; Kohlebogen und Zinkbogen²⁾ waren dabei Lichtquellen.

1) A. Righi, Mem. della R. Accad. di Bologna (4) 9. p. 369. 1888.

2) A. Righi, Mem. della R. Accad. di Bologna (4) 9. p. 379. 1888.

Tabelle VIII.

Kohlebogenlicht

(33,6 cm von der Glimmerblende).

Potentialdiff. zwischen U und E X	Von U ent- weichende Elek- tricitätsmenge U
Volt	
$+\infty^1)$	$+1,00^*$
$-0,90$	$+0,00913$
$-1,00$	$+0,00331$
$-1,10$	$+0,000189$
$-1,20$	$-0,00138$
$-1,30$	$-0,00383$
$-1,45$	$-0,00439$
$-1,65$	$-0,00553$
$-1,75$	$-0,00598$
$-2,50$	$-0,00609$

Tabelle IX.

Zinkbogenlicht

(33,6 cm von der Glimmerblende).

Potentialdiff. zwischen U und E X	Von U ent- weichende Elek- tricitätsmenge U
Volt	
$+\infty^1)$	$+1,00^*$
$-0,60$	$+0,0153$
$-0,70$	$+0,00582$
$-0,825$	$+0,00172$
$-0,91$	$-0,000136$
$-1,12$	$-0,00312$
$-1,33$	$-0,00378$
$-1,6$	$-0,00426$
$-2,5$	$-0,00463$

Fig. 2 ist eine graphische Darstellung dieser Tabellen in grossem Ordinatenmaassstab. Die Curven verlaufen nach links

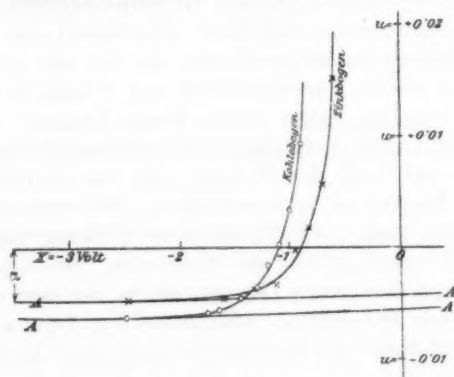


Fig. 2.

hin asymptotisch horizontal, wie zu erwarten war; denn bei genügend grosser verzögernder Kraft wird keine Ausstrahlung

1) 20, 50 oder 100 Volt mit entsprechender Correction (*) für Leitung (vgl. Anm. zu 12).

von U nach E , dagegen alle durch das reflectirte Licht erzeugte Ausstrahlung von E nach U kommen. Sind die ausgestrahlten Mengen der wirkenden Lichtintensität proportional (14, 15), so hat daher $U(-\infty)$ unmittelbar die Bedeutung, den Bruchtheil α des auf U einfallenden Lichtes anzugeben, welcher nach E hin reflectirt wird. Da aber die beiden Platten U und E einander sehr nahe stehen und nur das Centrum der einen belichtet wird, giebt α die relative reflectirte Lichtmenge überhaupt an, d. i. im vorliegenden Falle das Reflexionsvermögen des Terpentinölrusses. Dementsprechend wurde $U(-\infty) = \alpha$ auch nicht merklich abhängig gefunden von der Lichtintensität. Die Art des Lichtes war jedoch von merklichem Einfluss. So entnimmt man, da nach dem Verlauf der Curven $U(-\infty)$ durch $U(-2,5)$ ersetzbar ist, aus den letzten Zeilen der Tab. VIII bez. IX:

α für Russ und Kohlebogenlicht = 0,00609,

α „ „ „ Zinkbogenlicht = 0,00463¹⁾;

für Zinkfunkenlicht wurde in besonderen Versuchen gefunden $\alpha = 0,0054$.¹⁾

Beim viel grösseren Abstände $\overline{UE} = 40$ mm wurde $U(-\infty)$ sehr verkleinert gefunden, mit Kohlebogenlicht 0,00134; dies war zu erwarten, denn es fällt bei diesem Abstände nur mehr ein kleiner Teil des reflectirten Lichtes auf E .

Spätere Versuche (34), bei welchen U und E aus mattem Aluminium bez. Platin bestanden, ergaben bei $\overline{UE} = 5$ mm:

α für Aluminium und Kohlebogenlicht = 0,2069,

α „ Platin „ „ = 0,1066,

also sehr viel grösser wie für Russ, was wieder die zu Grunde gelegte Auffassung bestätigt, da Aluminium und Platin sehr viel mehr Licht reflectiren als Russ.

Ist so α bekannt, so kann aus der beobachteten Curve U , deren Ordinaten wir als Function der Spannung X mit $U(X)$ bezeichnen, folgendermaassen eine von dem Einfluss der Lichtreflexion befreite Curve $Y(X)$ hergestellt werden. Es ist

1) Es scheint danach das dem Zinkbogen und Funken eigene, sehr brechbare Ultraviolett von Russ weniger reflectirt zu werden als das minder brechbare Ultraviolett des Kohlebogens. Für Ultrarot findet Hr. Kurlbaum das Reflexionsvermögen von Petroleumruss gleich 0,05 (Wied. Ann. 67. p. 850. 1899), also besonders gross.

erstens überall $U(X) = Y(X) + R(X)$, wenn R die durch das reflectirte Licht allein hervorgebrachte Wirkung darstellt; zweitens wird aber diese letztere Wirkung überall sein müssen $R(X) = -Y(-X) \cdot \alpha$. Aus den beiden Gleichungen folgt die Unbekannte

$$(1) \quad Y(X) = \frac{U(X) + U(-X) \cdot \alpha}{1 - \alpha^2}.$$

Speciell ist $Y(-\infty) = 0$, $Y(+\infty) = U(+\infty) = 1$.

23. Aeussere Geschwindigkeitsverteilung.¹⁾ — Da wir in allem Folgenden stets nur mit der zur Körperoberfläche senkrechten Geschwindigkeitscomponente zu thun haben, bezeichnen wir diese Componente als Geschwindigkeit schlechthin. Es hat dann $Y(-P)$ bei allen verzögernden Potentialdifferenzen vom absoluten Betrage P die Bedeutung, den Bruchtheil der Gesamtausstrahlung anzugeben, dessen Geschwindigkeit grösser ist als diejenige grösste Quantengeschwindigkeit, welche durch die Potentialdifferenz P vernichtet werden kann (17, Stadium III). Diese letztere Geschwindigkeit, welche umgekehrt durch die Potentialdifferenz P auch erzeugt werden kann, bezeichnen wir immer kurz als die Geschwindigkeit „ P “.²⁾ Wir können dann sagen, $Y(-P)$ gebe die Relativzahl derjenigen Quanten an, welche mit grösserer Geschwindigkeit als „ P “ die belichtete Oberfläche verlassen. $Y(-P)$ ist auch die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anfangsgeschwindigkeit eines bestimmten, ausgetretenen Quants „ P “ übersteige und $Y'(-P)dP$ ist die Relativzahl der Quanten, deren Anfangsgeschwindigkeit „ $P \pm dP/2$ “ ist.

1) Es wird im Späteren (81) angenommen, dass die Geschwindigkeit der Quanten beim Passiren der Oberfläche eine sprungweise Aenderung erleidet, sodass innere und äussere Anfangsgeschwindigkeiten zu unterscheiden sind.

2) Es ist die Geschwindigkeit „ P -Volt“ = $\sqrt{2 \cdot 10^8 P e/\mu}$ cm/sec in gewöhnlichem Maass, wo e/μ das Verhältnis zwischen Quantenladung und Quantenträgheit ist (vgl. Wied. Ann. 64. p. 279. 1898). Das Zeichen „ P “ für die Benutzung des abgekürzten Geschwindigkeitsmaasses wird im Folgenden nur dann hinzugesetzt, wenn sonst Missverständnis möglich wäre. Quanten, deren Geschwindigkeit „ V “ ist, erhalten nach Durchlaufung des Potentialgefälles $\pm S$ die Geschwindigkeit „ $V \pm S$ “ (Wied. Ann. 65. p. 504. 1898). — Man kann bemerken, dass in dem gewählten Maasse an Stelle der Geschwindigkeiten lebendige Kräfte genannt werden

Zur Ausführung der Reduction von U auf Y nach Gleichung (1) ist die Kenntniss des Verlaufes von U auch für beschleunigende Kräfte erforderlich. Dieser Verlauf wird später (29ff.) eingehend untersucht; es ist jedoch das Resultat der Reduction in Fig. 2 schon verzeichnet durch Eintragung der Linien AA der $U(-X) \cdot \alpha$ für beide Lichtarten. Rechnet man die Curvenordinaten von dieser Linie an nach aufwärts, so hat man Y ; der Factor $1/(1 - \alpha^2)$ ist bei Kohle ohne merklichen Fehler gleich 1 zu setzen.

Betrachtet man in dieser Weise z. B. die Curve für Kohlebogenlicht, so kann ihr zunächst das Resultat abgenommen werden, dass eine bestimmte, grösste vorkommende Anfangsgeschwindigkeit nicht angebbar ist, dass aber Geschwindigkeiten über „2 Volt“ in unseren Versuchen allerdings kaum irgendwie merklich vertreten erscheinen, während dagegen kleinere Geschwindigkeiten in sehr rasch steigendem Verhältniss sich vorfinden.¹⁾

24. Zwei entgegengerichtete, gleichzeitige Kathodenstrahlungen in demselben Raume stören sich nicht. — Die Bedeutung des Nullpunktes $U = E = 0$ der unmittelbar beobachteten Wirkung U ist jetzt dahin festzustellen, dass bei der Potentialdifferenz $X (U = E = 0)$ die ausgestrahlte Menge gleich ist der durch Wirkung des reflectirten Lichtes gleichzeitig eingestrahnten Menge. Ausstrahlung und Einstrahlung durchlaufen hier gleichzeitig in entgegengesetzter Richtung denselben Raum.²⁾ Dies wäre nicht möglich, wenn die hier in Bewegung befindlichen Elektrizitätsquanten den Raum, welchen sie durchlaufen, continuirlich erfüllten; denn jedes bestimmte Volumenelement kann zu einer Zeit nur einerlei Bewegungsrichtung haben. Man kann daher die Erscheinung zum Nachweis einer inneren Structur der hier in Bewegung befindlichen Elektrizität heranziehen.³⁾

1) Weitere Angaben über die Grössenverteilung der Geschwindigkeiten, auch für Aluminium und Platin, vgl. unter 36.

2) Ohne dass dabei irgendwelche Nebenerscheinung bemerkbar geworden wäre; auch nicht bei Aluminium- und Platinplatten, wo die Gegenstrahlung noch viel stärker ist als bei Kohle.

3) Dass die Annahme einer Structur der Elektrizität durch Erscheinungen, nämlich die der Elektrolyse, in bestimmter Weise gefordert

25. Die Anfangsgeschwindigkeiten sind unabhängig von der Lichtintensität. — Ob die Grössenverteilung der Geschwindigkeiten mit der Intensität des erregenden Lichtes zusammenhänge, im besonderen, ob nicht bei steigender Lichtintensität die grösseren Anfangsgeschwindigkeiten in steigendem Verhältnis vertreten sein würden, war eine Frage, auf welche bejahende Antwort dann zu erwarten schien, wenn die Bewegungsenergie der ausgestrahlten Quanten den Kräften des wirkenden Lichtes entstammen sollte.

Es war zu untersuchen, ob der Verlauf der Curve Y bez. U mit der Lichtintensität sich ändere. Hierzu habe ich den Nullpunkt der letzteren Curve, $U = 0$, besonders ins Auge gefasst; derselbe hat eine für den vorliegenden Zweck günstige Lage und er ist ausserdem mit grösserer Genauigkeit ermittelbar als jeder andere Punkt der Curve. Es ist nur nötig, die Potentialdifferenz zwischen U und E so lange abzuändern, bis diejenige Potentialdifferenz $X(U = 0)$ gefunden ist, bei welcher das Elektrometer an U , oder E , trotz Wirkung des Lichtes in Ruhe bleibt. So wurden auch die in Tab. X eingetragenen Resultate erhalten; hundertstel Volt wurden manchmal durch Interpolation zwischen noch übrig bleibenden entgegengesetzten Elektrometergängen berechnet. Auch ein anderer Weg ist zur Ermittlung des Nullpunktes offen. Lässt man nämlich von der Potentialdifferenz Null aus das Licht lange genug auf U wirken, so stellt sich die gesuchte Potentialdifferenz $X(U = 0)$ von selber her und wird an dem dann zur Ruhe gekommenen Elektrometer ablesbar. Diese Ablesung erfordert jedoch bei nicht ganz vollkommener Iso-

werde, ist wohl zum ersten Male durch v. Helmholtz hervorgehoben worden (Faraday-Rede 1881); in den Elektrolyten findet sich darnach die Elektrizität in Elementarquanten von stets derselben Grösse abgeteilt an materielle Träger gebunden. Ob diese Structur der Elektrizität überhaupt, auch ohne die Mitwirkung materieller Träger, zukomme, kann nur durch Versuche an der von Materie freien Elektrizität, wie sie in den Kathodenstrahlen zur Untersuchung kommt, entschieden werden. Wir machen im Folgenden, wo es darauf ankommt, die Annahme einer bejahenden Entscheidung, indem wir die von Hrn. J. J. Thomson an materiellen Trägern festgestellte Ladung (Phil. Mag. (5) 46. p. 518. 1898; (5) 48. p. 557. 1899) gleich der eines einzelnen, selbständig beweglichen Quants freier Elektrizität nehmen.

lation eine schwer ermittelbare Correction; ich habe deshalb diesen Weg zu Gunsten des zuerst genannten verlassen.

Tabelle X.

Nullpunkte bei verschiedener Lichtintensität.

Abstand $UE = 5$ mm.

Lichtquelle (und Strom- stärke in derselben)	Entfernung Lichtquelle- Glimmer- diaphragma	Gesamtwirk. $U(+\infty)$, als Maass für die mittlere Lichtintensität	$X(U=0)$ X	$X(E=0)$ X	Bemerkungen
Kohlebogen	28 Amp. 33,6	10 ⁻¹⁰ Coul./sec 2,76	—	-1,07	{ Neue Kohlen in der Bogenlampe
	28 33,6		-1,10	-1,05	
	20 33,6	1,74	-1,12	—	{ Entspr. Tab. VIII und Fig. 2
	28 68	0,817	-1,10	—	{ 14 Tage Zeitraum zwischen d. beid. Vers.
	28 68		-1,10	—	
	8 33,6	0,041	—	-1,06	
Zinkbogen	27 Amp. 33,6	21,8	-0,85	-0,85	{ Verschiedene Elektrometer- und Batterieschaltungen
	27 33,6		—	-0,87	
	27 33,6		-0,88	-0,86	
	27 33,6	3,19	-0,89	—	{ Entspr. Tab. IX und Fig. 2
	27 87,9		-0,86	—	
	27 87,9		-0,89	—	
Zinkfunken	17,4	2,86	-1,00	-0,97	

Man bemerkt in der Tabelle zwar kleine Unterschiede zwischen zusammengehörigen $X(U=0)$ und $X(E=0)$ — ein geringes Entweichen von Elektrizität zwischen U und E anzeigend (17, Stadium III; 20) — jedoch nicht die mindeste Abhängigkeit der einen oder der anderen dieser Grössen von der Lichtintensität. Man beachte dabei, dass die Versuche innerhalb jeder Gruppe nach absteigender Lichtintensität geordnet sind, welche letztere in Columnne 3 zum Ausdruck kommt (14). Beim Kohlebogenlicht variirte die Lichtintensität im Verhältnis von etwa 70:1; dabei ist der Wert von $X(E=0)$ nicht um 1 Proc. geändert. Dies bedeutet, nach dem Lauf von $I(X)$ (Fig. 2 und Tab. VIII) an der Stelle von $U=E=0$,

dass die Zahl der Quanten, deren Anfangsgeschwindigkeit über 1,06 Volt liegt, bei Versiebzigfachung der Lichtintensität nicht um 5 Proc. erhöht wird, obgleich diese Zahl an sich sehr gering ist, nämlich nur 0,0057 der Gesamtzahl.

Gleiche Versuche mit demselben Resultat habe ich auch mit Aluminiumplatten *U* und *E* ausgeführt (vgl. 34); die Intensität von Kohlebogenlicht wurde hier im Verhältnis von etwa 1000:1 variirt, ohne dass merkliche Aenderung des Nullpunktes eintrat.

26. Dass verschiedene Lichtarten verschiedene Anfangsgeschwindigkeiten ergeben, ist unmittelbar ersichtlich aus Tab. X, sowie aus den Tab. VI, VIII und IX und Fig. 2. Beim Zinkbogenlicht sind hiernach grosse Anfangsgeschwindigkeiten in sehr viel geringerem Maasse vertreten als beim Kohlebogenlicht¹⁾; das Funkenlicht steht zwischen beiden. Dabei ist letzteres Licht während seiner wirklichen Dauer weitaus das intensivste von allen (15), woraus wieder hervorgeht, dass Intensität und Anfangsgeschwindigkeiten ausser Zusammenhang sind.

27. Polarisirtes Licht. — Zinkfunkenlicht, welches unter einem Einfallswinkel von 58° von der Vorderfläche einer hinten geschwärzten, senkrecht zur optischen Axe geschnittenen, ebenen Quarzplatte reflectirt wurde, ist in seinem ultravioletten Anteil sehr nahe vollständig linear polarisirt. Die Probe hierauf wurde mit Hülfe eines zweiten, gleichen Quarzspiegels als Analyser vorgenommen; sie ergab sehr nahe vollständiges Verlöschen der grünen Fluorescenz auf Uranglas, sowie der blauen auf Flintglas im zweimal reflectirten Strahl bei gekreuzten Spiegeln und helles Erscheinen der Fluorescenzen bei parallelen Spiegeln, wobei im letzteren Falle Auslöschung eintrat, wenn eine Glas- oder Glimmerplatte in den Gang des Strahles geschaltet wurde.

1) Dies gilt für die Wirkung auf Kohle. Bei Aluminiumplatten (34) wurde für Zinkbogenlicht der Nullpunkt nur um etwa 0,02 Volt nach kleineren Zahlen verschoben gefunden im Vergleich zu Kohlebogenlicht; Ersetzen der positiven Lichtkohle durch einen Aluminiumstab änderte dabei den Nullpunkt überhaupt nicht deutlich. Dem Aluminium sind also — im Gegensatz zur Kohle — von der Lichtart sehr wenig abhängige Anfangsgeschwindigkeiten eigen.

Das polarisirte Licht wurde in zwei aufeinander senkrechten Orientirungen benutzt; einmal (*A*) war seine elektrische Schwingungsebene parallel der Fläche von *U*, und dann (*B*) war der Winkel zwischen beiden der grösste mögliche, nämlich 45° . Im Falle *A* steht die Schwingungsrichtung senkrecht zur Zeichnungsebene der Fig. 1; im Falle *B* liegt sie in dieser Ebene.¹⁾ Folgendes sind die Resultate.

Tabelle XI.

Zinkfunkenlicht, polarisirt. Abstand $\overline{UE} = 10$ mm.

Richtung der Schwingungsebene	Nullpunkt $X (E = 0)$	Gesamtwirkung $E (+100 \text{ Volt})$
	Volt	Coulombs/sec
A. $\parallel U$	-0,95	$0,16 \cdot 10^{-10}$
B. 45° zu <i>U</i>	-1,0	$0,17 \cdot 10^{-10}$

Ein sicherer Unterschied zwischen den Fällen *A* und *B* hat sich demnach nicht gezeigt, weder in Hinsicht der Anfangsgeschwindigkeiten (zweite Spalte) noch der ausgestrahlten Mengen (dritte Spalte).²⁾

28. Zu den Resultaten des Vorhergehenden (25, 27) kann folgendes bemerkt werden. Kräftige Absorption von Licht hat man als Resonanzerscheinung aufzufassen gelernt, deren Sitz die Molecüle bez. Atome des absorbirenden Körpers sind. In der That ist auch in unseren Versuchen nicht Licht jeder Wellenlänge wirksam; man findet, dass ein vorgeschaltetes durchsichtiges Glimmerblatt oder Glasstück alle Wirkung abhält. Als mit dem Licht schwingend kann man dieselben

1) Der bisher benutzte, \perp zur Krystallaxe geschnittene Verschlussquarz wurde für diese Versuche durch einen \parallel der Axe geschnittenen ersetzt, dessen beide Hauptschwingungsrichtungen den obigen beiden Richtungen \parallel gestellt waren. Dieser Quarz wurde dann auch für alle ferneren Versuche beibehalten.

2) Man vergleiche hierzu die Beobachtungen der Herren Elster und Geitel an den ebenen Oberflächen flüssiger und erstarrter Alkalimetallflächen in verdünntem Wasserstoffgas (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 6. p. 134. 1894; 11. p. 209. 1895). Dass die dabei erschienene Abhängigkeit der Wirkung von der Polarisationsrichtung durch Eigentümlichkeiten der Lichtabsorption der genannten Körper zu erklären sei, ist von den Verfassern selbst festgestellt worden (Wied. Ann. 61. p. 445. 1897).

Quanten negativer Elektrizität ansehen, welche eben infolge davon nachher ausgestrahlt werden und welche zur Zeit des Mitschwingens durch Kräfte mit den Atomen des Körpers verbunden sein müssen. Nimmt man als einfachsten Fall an, diese Kräfte seien von der Zeit unabhängig und solcher Art, dass lineare Lichtschwingungen auch lineare Resonanzschwingungen erregen¹⁾, so würde die Amplitude dieser Schwingungen so lange anwachsen, bis die aufgehäufte lebendige Kraft die gesamte von seiten jener Kräfte verfügbare potentielle Energie übersteigt. Das Quantum wird dann mit dem Ueberschuss an lebendiger Kraft sein Atom verlassen. Dieser Ueberschuss, welcher den vom Lichte stammenden Teil der Anfangsgeschwindigkeit darstellt, müsste innerhalb der letzten halben bez. ganzen Resonanzschwingung erworben worden sein, er müsste also mit der Lichtintensität steigen. Da wir aber für die wirklichen Anfangsgeschwindigkeiten dies nicht zutreffend fanden (25), folgt, dass die Annahme einfacher Resonanzbewegungen den Erscheinungen nicht genügt. Es bleibt danach die Annahme complicirterer Bewegungsbedingungen der inneren Teile des Körpers übrig, ausserdem aber auch die bis auf weiteres näher scheinende Vorstellung, dass die Anfangsgeschwindigkeiten der ausgestrahlten Quanten überhaupt nicht der Lichtenergie entstammen, sondern innerhalb der Atome schon vor der Belichtung vorhandenen heftigen Bewegungen, sodass die Resonanzbewegungen nur eine auslösende Rolle spielen.

Schon die Grösse der beobachteten Anfangsgeschwindigkeiten, z. B. „3 Volt“ ($= 8 \cdot 10^7$ cm/sec) bei Aluminium (34, 36), widerspricht der Annahme, dass dieselben von einer halben Lichtschwingung — oder auch mehreren solchen — gewöhnlicher Intensität gekommen seien; Spannungsdifferenzen von 3 Volt kommen in solchem Licht nicht vor. Auch haben wir die Normalcomponente der Anfangsgeschwindigkeiten nicht deutlich verändert gefunden, wenn die in gleicher Richtung genommene Componente der elektrischen Kraft des Lichtes bis zu Null reducirt wurde (Fall A, 27).

1) Diesem einfachen Fall entsprechen auch die Kräfte, welche v. Helmholtz in seiner elektromagnetischen Dispersionstheorie voraussetzt (Wiss. Abhandl. 3. p. 503) und zwar, wie dort gezeigt wird, mit dem Erfolge sehr weitgehender Erklärung der Dispersions- und Absorptionserscheinungen.

29. Bei beschleunigender äusserer Kraft sind die Feldstärken maassgebend für die Wirkung. — Es war für das Stadium IV der Wirkung (17) charakteristisch, dass daselbst trotz vorhandener beschleunigender äusserer Kraft volle Ausstrahlung doch noch nicht eintritt. Wir untersuchen nun zuerst den Einfluss variirten Abstandes der Platten UE auf die Erscheinung. Tab. XII enthält hierauf bezügliche Resultate, deren graphische Darstellung sich bereits in Fig. 1 findet.

Tabelle XII.

Potential- differenz zwischen U und E X	Von U entweichende Elektrizitätsmengen; U .				
	$UE = 5 \text{ mm}$		10 mm ²⁾	25 mm	40 mm
	Funken- licht ¹⁾	Kohlebogenlicht			
Volt					
+100	—	—	1,00*	1,00*	1,00*
20	1,00	1,00	—	1,01*	—
10	—	—	0,94	—	0,79
3	—	—	—	0,78	—
2	0,94	0,95	0,85	—	0,29
1	0,88	0,90	0,79	0,57	0,26
0,5	0,84	0,87	0,73	0,29	0,24
0,3	—	—	0,65	—	—
0,2	—	0,74	0,55	—	—
0,1	—	0,56	—	—	—
0	0,39	0,46	0,40	0,28	0,20

* Mit Correction wegen Leitung, vgl. Anm. zu 12.

1) Man bemerkt beim Vergleich der Columnen 2 und 3, dass die Wirkung des Funkenlichtes etwas kleiner ist als die des Bogenlichtes, am meisten bei den kleinsten äusseren Kräften. Ich glaubte hierin früher (4) eine Wirkung der elektrostatischen Kräfte zu sehen, welche die gleichzeitig im Raume zwischen U und E befindlichen Quanten aufeinander ausüben; denn diese Kräfte sind proportional zu setzen der Zahl dieser Quanten, d. i. der Momentanintensität des Lichtes, sie würden also grösser sein bei Funken- als bei Bogenlicht und sie sind der äusseren Kraft entgegen gerichtet. Der vorhandene Unterschied in der Wirkung der beiden Lichtarten findet jedoch jetzt eine andere und ausreichende Erklärung in der Verschiedenheit der diesen Lichtarten zugehörigen Anfangsgeschwindigkeiten (26, 31), während elektrostatische Kräfte jener Art in keinerlei Weise weiter sich anzeigten.

2) Wie Tab. V, Column 2.

Während also bei verzögernden Kräften die Potentialdifferenz zwischen U und E allein maassgebend war für die Wirkung (21), kommt es hier, bei den beschleunigenden Kräften auf die Potentialdifferenz sowohl, wie auch auf den Abstand der Platten an, jedoch angenähert so — wie man unmittelbar aus der graphischen Darstellung sieht —, dass der Quotient beider Grössen, d. i. die Stärke des zwischen U und E angenähert homogenen Feldes, maassgebend ist. Die grössten Abweichungen hiervon kommen beim Fehlen äusserer Kraft vor (letzte Zeile der Tab. XII), wo die Wirkung bei allen Abständen \overline{UE} die gleiche sein sollte. Es war zu vermuten, dass hier die Glaswände, welche die Platten umgeben, durch die seitlich entweichende Strahlung (17, Stadium IV) Ladung angenommen und dadurch störende, fremde Kräfte geliefert hatten. Dies hat sich bestätigt bei Wiederholung der Versuche nach Bedeckung der Glaswand mit einer metallischen Hülle (HH , Fig. 1), die wie U und E berusst war und eine Oeffnung zum Eintritt des Lichtes besass. Um die angenäherte Homogenität des elektrischen Feldes zwischen U und E nicht zu zerstören, wurde bei allen Abständen $\overline{UE} > 5$ mm das Potential der Hülle stets — wo nicht besonderes bemerkt — gleich dem arithmetischen Mittel der Potentiale von U und E gehalten, nur bei $\overline{UE} = 5$ mm waren Hülle und Platte E miteinander verbunden, hatten also gleiches Potential. Es wurden so folgende Resultate erhalten:

Tabelle XIII.
Hülle im Rohr; Kohlebogenlicht.

Pot.-Diff. zwischen U und E ; X	Von U entweichende Elektrizitätsmengen; U .			
	$\overline{UE} = 5$ mm	10 mm	25 mm	40 mm
Volt				
+100	—	—	1,00*	1,00*
20	1,000*	1,000*	—	—
3,96	—	—	0,908	0,838
1,96	0,852	0,909	0,865	0,799
0,97	0,831	0,864	0,781	0,751
-0,030	0,671	0,634	0,605	0,669
Mittelwert U (-0,030 Volt) = 0,645				

* Mit Correction wegen Leitung, vgl. Anm. zu 12.

Soweit die Genauigkeit geht, ist jetzt die Ausstrahlung bei der Potentialdifferenz Null, bez. 0,030, nicht mehr abhängig von dem Abstände \overline{UE} . Ausserdem ist aber der Mittelwert dieser Ausstrahlung, 0,645, viel höher als jeder der früher, bei blanker Glaswand ohne äussere Kraft erhaltenen Werte (Tab. XII, letzte Zeile), was die oben über den Einfluss der Glaswand gemachte Voraussetzung bestätigt.¹⁾

Ordnet man sämtliche beobachteten Wirkungen U , Tab. XIII, nach den zugehörigen Feldstärken, so erhält man die in Tab. XIIIa, Columnne 2, enthaltene stetig absteigende Reihe, welche keinen Zusammenhang mehr zeigt mit den daneben stehenden Abständen \overline{UE} , und also den vorangestellten Satz rechtfertigt. Mit aufgenommen sind auch die drei Werte Nr. 2, 4 und 8 aus Tab. XII, Columnne 3, deren guter Anschluss an ihre Nachbarn anzeigt, dass bei einem Abstand $UE = 5$ mm und beschleunigenden Potentialdifferenzen über 0,5 Volt ein Einfluss der Glaswände nicht merkbar wird.²⁾ Aus der Reihe fallen nur die beiden Werte Nr. 3 und 6, entnommen der Tab. XIII, Columnne 2. Zu diesen ist zu bemerken, dass sie unmittelbar nach frischer Berussung von U erhalten worden sind, während alle übrigen Werte auf Russflächen sich beziehen, welche einen oder mehrere Tage alt waren. Um etwa 10 Proc. erniedrigte Wirkungen bei kleinen beschleunigenden Kräften habe ich auch noch ein zweites Mal beobachtet, wieder als die Berussung unmittelbar zuvor erneuert worden war. Es werden für die Folge nur die älteren Russflächen in Betracht gezogen werden.

1) Dass dies selbst beim Abstände $\overline{UE} = 5$ mm zutrifft, zeigt wieder an, wie stark tangential Geschwindigkeitscomponenten vertreten sind (19, 20).

2) Es werden dementsprechend auch die bei verzögernden Kräften über 0,5 Volt ohne Schutzhülle beobachteten Werte (Tab. VIII, IX) als angefälscht angesehen.

Tabelle XIIIa.

Feldstärke $5 X / \overline{UE}$	Von U ent- weichende Menge U	Abstand \overline{UE} , bei welchem beob- achtet wurde	Nr.
Volt / 5 mm		mm	
20, 12,5, 10, 20	1,00	25, 40, 10, 5	1
2	0,95	5	2
1,96	0,852	5	3
1	0,90	5	4
0,98	0,909	10	5
0,97	0,881	5	6
0,79	0,908	25	7
0,5	0,87	5	8
0,50	0,838	40	9
0,49	0,864	10	10
0,39	0,865	25	11
0,25	0,799	40	12
0,19	0,781	25	13
0,12	0,751	40	14
0	0,645	(Mittelwert)	15

30. Nur auf diejenige Feldstärke kommt es an, welche an der belichteten Oberfläche herrscht. — Bisher war das elektrische Feld zwischen U und E angenähert homogen; jetzt vergleichen wir ein solches Feld (a) mit einem inhomogenen (b).

Die Potentialdifferenz zwischen U und E war in beiden Fällen die gleiche, 4 Volt beschleunigend, während aber im Falle a die Hülle mittleres Potential hat — wie bisher stets —, hat sie im Falle b das Potential von U . Das Feld ist daher in letzterem Falle verstärkt gegen E zu, geschwächt gegen U hin.

Versuch	Potentiale			Von U ent- weichende Menge
	U	Hülle	E	
a	0	2 Volt	4 Volt	0,908
b	0	0	4 "	0,796

$$\overline{UE} = 25 \text{ mm.}$$

Man sieht, dass die Wirkung in den beiden Fällen wesentlich verschieden ausfiel, und zwar entspricht dem an U schwächeren Feld die geringere Wirkung. Zu bemerken ist, dass an der Hülle im Falle b Ladungsaufnahme nicht nachweisbar war, wodurch der Einwand einer möglichen directen Einwirkung des verringerten Potentials der Hülle wegfällt.

31. Nach dem Vorhergehenden (29, 30) kann das Ansteigen der Wirkung bei steigender, beschleunigender, äusserer Kraft — welches wir als Stadium IV beschrieben (17) — aufgefasst werden als Folge einer besondern, verzögernden, nur in kleinen Entfernungen von der belichteten Oberfläche wirksamen Kraft elektrischer Art. Das Vorhandensein einer solchen Kraft wird auch angezeigt durch die andere Erscheinung, dass ein (negativ) geladener Körper ohne weiteres nichts von seiner Ladung im Vacuum verliert (4, Anm. 2), obgleich sein eigenes elektrisches Feld die Ladung von ihm fortreibt und obgleich das Vacuum fähig wäre, dieselbe aufzunehmen (3).

Wir betrachten die so angezeigte Kraft K , gemessen in Volt/cm, als Function des Abstandes s von der Körpergrenze. Der grösste Abstand, in welchem die Kraft eben noch merkbar wirkt, werde mit σ bezeichnet und

$$\int_e^{\sigma} K ds = \int_e^{\infty} K ds \text{ mit } \Pi,$$

wobei $\rho < \sigma$ eine constante Länge von der Grössenordnung der Moleculardistanz im betreffenden festen Körper vorstelle. Π hat die Bedeutung, die Geschwindigkeitsverminderung darzustellen¹⁾, welche die den Körper verlassenden Quanten unter dem Einflusse der Kraft K erleiden. Die nach Passiren des Kraftfeldes K bleibenden, direct messbaren Anfangsgeschwindigkeiten (23) nennen wir äussere Anfangsgeschwindigkeiten; dieselben um Π Volt vergrössert nennen wir innere Geschwindigkeiten.

Es gebe nun die Function $F(P)$ die Quantenzahl an, welche eine „ P “ übersteigende innere Geschwindigkeit hat.¹⁾ $F(P)$ hat darnach dieselbe Bedeutung für die inneren Geschwindigkeiten, wie $Y(-P)$ (23) für die äusseren. Es ist $F(0) = 1$, $F(\infty) = 0$, $F'(P)$ negativ.

1) Ueber die benutzte abgekürzte Ausdrucksweise vgl. 23.

Wirkt nun äussere elektrische Kraft vom absoluten Betrage X Volt/ S cm und ist dieselbe verzögernd, so wird die dauernd entweichende Menge dargestellt sein durch $F(\Pi + X)$. Ist die Kraft beschleunigend, so subtrahirt sie sich von K , und da K in kleinen Abständen von der Körperoberfläche grosse Werte annehmen kann, wird daselbst innerhalb eines gewissen Abstandes τ noch verzögernde Kraft herrschen, ausserhalb desselben nur beschleunigende. τ ist Function von X/S ; für $X=0$ wird $\tau=\sigma$, sonst ist stets $\tau<\sigma$. Alle Quanten, welche im Abstände τ noch nicht umgekehrt sind, werden überhaupt nicht mehr zu U zurückkehren, sondern dauernd ausgestrahlt werden. Die Zahl dieser Quanten ist daher

$$F \left[\int_e^{\tau} \left(K - \frac{X}{S} \right) ds \right].$$

Das Integral, welches, wie τ , Function von X/S ist, bezeichnen wir kurz mit $\Phi(X/S)$. Die Natur dieser Function ist allein bestimmt durch das Kraftgesetz $K(s)$; es folgt jedoch für jeden Fall aus dem schon Festgesetzten $\Phi(0) = \Pi$ und die Ableitung $\Phi'(X/S) = -\tau$.

Darnach werden die beobachteten und vom Einfluss reflectirten Lichtes befreiten Wirkungen Y (22) dargestellt für verzögernde Potentialdifferenzen vom absoluten Betrag X durch

$$Y(-X) = F(\Pi + X)$$

und für beschleunigende Potentialdifferenzen X beim Abstand $\overline{UE} = S$ durch

$$Y(X) = F[\Phi(X/S)].$$

Ohne äussere Kraft folgt von beiden Seiten her

$$Y(\pm 0) = F(\Pi).$$

Die Form der Curve, welche die Wirkung Y als Function von X darstellt, ist also für verzögernde X allein bestimmt durch die Geschwindigkeitsverteilung, für beschleunigende X durch diese zusammen mit dem Kraftgesetz. Es besteht darnach die Curve aus zwei Zweigen ganz verschiedener Art, welche bei $X=0$ zusammentreffen. Die Neigungen der beiden

Zweige zur Abscissenaxe sind gegeben für den negativen Zweig durch

$$\frac{dY}{dX} = -F'(\Pi + X)$$

und für den positiven Zweig durch

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dX} &= F' \left[\Phi \left(\frac{X}{S} \right) \right] \cdot \Phi' \left(\frac{X}{S} \right) \cdot \frac{1}{S} \\ (2) \quad &= -F' \left[\Phi \left(\frac{X}{S} \right) \right] \frac{1}{S}. \end{aligned}$$

Für $X = 0$, wo beide Zweige zusammentreffen, ergibt sich von der negativen Seite her die Ableitung $-F'(\Pi)$, von der positiven Seite her $-F'(\Pi) \cdot \sigma/S$. Es müssen daher die beiden Zweige hier eine Ecke miteinander bilden derart, dass beim Uebergang von der negativen zur positiven Seite die Neigungstangente sprunghaft sich vermindert im Verhältnis von $S:\sigma$. Ist σ , wie wir nach den bisherigen Versuchen annahmen, klein gegen die benutzten Plattenabstände S , so wird der positive Zweig bei $X = 0$ nahe horizontal ansetzen müssen trotz der Steilheit des negativen Zweiges, welche die Versuche an dieser Stelle ergeben haben.

32. Diese Folgerung aus dem Bestehen einer verzögerten Oberflächenkraft mit kleinem Wirkungsbereich hat sich bestätigt bei eingehender Untersuchung der Umgebung des Nullpunktes der äusseren Kraft. Es wurde hierzu das Galvanometer an Stelle des Elektrometers gesetzt, denn das letztere kann nur Mittelwerte der Wirkung geben, innerhalb eines durch die Grösse seines Ausschlages bestimmten Kraftintervalles, was Singularitäten in der Verteilung der Wirkung verischen muss. Die Platten U und E waren mit der Hülle umgeben, welche mittleres Potential erhielt (29), und es wurde, um nur den axialen Teil des elektrischen Feldes zu benutzen, die magnetische Kraft der Stromrolle SS , Fig. 1 zu Hülfe genommen (18). Folgendes sind die Mittelwerte von je 15—20 Galvanometerablesungen mit abwechselnd gewendeter Stromrichtung.

Tabelle XIV.

$\overline{UE} = 10 \text{ mm}$; Zinkbogenlicht.

Pot.-Diff. zu U und E	+1,0	0,5	0,2	0,1	0	-0,1	-0,2	-0,3 Volt
Galvanometer- ablenkung	30,0	29,8	24,0	24,7	21,3	16,3	11,6	9,45 Sct.

In der graphischen Darstellung Fig. 3 ist, Taf. I, Fig. 1 gegenüber, sehr vergrößerter Abscissenmaassstab benutzt. Die Entfernungen der beobachteten Punkte von der hindurchgezogenen Curve liegen innerhalb der wahrscheinlichen Beobachtungsfehler¹⁾, sodass der Neigungssprung sowohl als auch der Anschluss an die Elektrometerbeobachtungen ohne Zwang sich ergeben. Allerdings erscheint der Eckpunkt nicht bei 0 Volt, sondern bei + 0,04 Volt, was dahin gedeutet werden kann, dass die beiden Russflächen U und E um letzteren Betrag elektromotorisch voneinander verschieden waren.²⁾ Auch als Aluminium- und Platin-

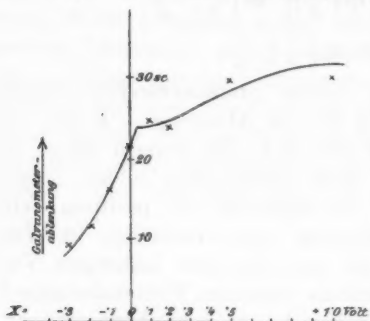


Fig. 3.

platten statt der Russflächen untersucht wurden (34), erschien deutlich der Eckpunkt (vgl. Taf. I, Fig. 2) und auch hier wies er ähnliche kleine Verschiebungen auf.

33. Der Gesamtverlauf der Wirkung bei Russ findet sich in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Es sind dabei die bisherigen Beobachtungen zum Teil zu Mittelwerten vereinigt und, wo es nötig war, neue hinzugefügt (vgl. Columnne 3). Aus der beobachteten Wirkung U (Columnne 2), welche überall auf den Plattenabstand $\overline{UE} = 5$ mm bezogen ist, ist nach Gleichung (1) (22) die reducirte Wirkung I

1) Dieselben sind hier verhältnismässig gross, denn das Galvanometer berücksichtigt nur Momentanwerte der sehr inconstanten Lichtintensität. Ich bin deshalb bei der entsprechenden Untersuchung für Aluminium und Platin (34) wieder zum Elektrometer zurückgekehrt, welches Zeitintegrale der Intensität benutzt und bei genügender Kleinheit der Ausschläge (13) die Eckpunkte ebenfalls zweifellos erscheinen liess.

2) Stellte man zwei Platten verschiedener Metalle im vollständigen Vacuum einander gegenüber, so würde die Aufsuchung des Eckpunktes — in Versuchen wie die obigen — Aufschluss geben können über die wahre Grösse der Contactpotentialdifferenz der betreffenden beiden Metalle gegeneinander. (Zu vergl. ist die Anm. zu 34.)

berechnet¹⁾ und in Columne 4 der Tabelle, sowie in Taf. I, Fig. 2 eingetragen.

Tabelle XV.

Russ; Kohlebogenlicht.

Pot.-Diff. zwischen U und E X	Beobachtete Wirkung U	Bemerkungen	Vom Einfluss reflectirten Lichtes be- freite Wirkung Y
Volt			
-2,50	-0,00609	Aus Tab. VIII.	} < 0,0005
-1,70	-0,00576	Mittelwerte aus Tab. VIII.	
-1,38	-0,00411		
-1,20	0	Neu beobachtet. ²⁾ $\overline{UE} = 5$ mm. Hülle im Rohr verbunden mit E (vgl. 29).	0,0016
-1,020	+0,01097		0,0056
-0,831	0,0364		0,0165
-0,609	0,0920	}	0,0419
-0,412	0,216		0,0973
-0,220	0,358		0,221
-0,080	0,645	Aus Tab. XIII.	0,363
0	0,720	Nach Tab. XIV. ³⁾	0,649
+0,12	0,751	Aus Tab. XIIIa.	0,724
0,22	0,790	Mittelwert aus Nr. 12 u. 13	0,754
0,47	0,859	" " Nr. 8, 9, 10, 11 } Tab. " " Nr. 4, 5, 7 } XIIIa.	0,792
0,92	0,906		0,860
2,0	0,95		0,906
20	1,00	Aus Tab. XII.	0,95
			1,00

34. Um die Wirkung bei anderen Körpern als Russ zu untersuchen, wurden die Platten U und E , sowie die Hülle (29)

1) Die zur Ausführung der Reduction nötigen Werte U ($-X$) wurden, wo directe Beobachtung nicht vorlag, in genügend grossem Maassstab graphisch interpolirt.

2) Dass diese neuen Beobachtungen den Nullpunkt der Wirkung bei -1,20 Volt erscheinen lassen, während die früheren (Tab. X) -1,1 Volt ergaben, rührt wahrscheinlich nur daher, dass erstere nur mit ruhig brennendem, schon einige Zeit vorher entzündetem Lichtbogen ausgeführt wurden, letztere mit zischendem, nur für den Augenblick des Versuches entzündetem Bogen. Der zischend brennende Bogen scheint sich in seiner Wirkung dem Metallbogen etwas zu nähern (vgl. 26).

3) Es wurde der Nullpunkt der Potentialdifferenzen an den graphisch interpolirten Eckpunkt verlegt (vgl. Fig. 3, 32) und alsdann die Ordinaten auf das sonst gebrauchte Maass reducirt, indem für $X = -0,080$ Volt, $U = 0,645$ gesetzt wurde (Tab. XIII).

und der Rohransatz (r , Fig. 1b) einmal aus Aluminium und dann auch aus Platin hergestellt. Es wurde nur der Abstand $\overline{UE} = 5$ mm benutzt; folgendes sind die Resultate.

Tabelle XVI.
Aluminium; Kohlebogenlicht.

Potential- differenz zwischen U und E	Beobachtete Wirkung U	Vom Einfluss reflectirten Lichtes befreite Wirkung Y	Potentialdifferenz zwischen U und E , wenn der Nullpunkt derselben an den Eckpunkt der Curve verlegt wird X
Volt			Volt
- 19,98	- 0,205	} < 0,003 {	- 20,25
- 9,98	- 0,208		- 10,25
- 5,98	- 0,208		- 6,25
- 3,98	- 0,205		- 4,25
- 2,73	- 0,195	0,005	- 3,00
- 2,11	- 0,188	0,010	- 2,38
- 1,732	- 0,174	0,019	- 2,01
- 1,483	- 0,160	0,032	- 1,76
- 1,226	- 0,149	0,040	- 1,50
- 0,983	- 0,1045	0,071	- 1,26
- 0,728	- 0,0690	0,092	- 1,00
- 0,498	0	0,147	- 0,77
- 0,274	+ 0,102	0,240	- 0,55
- 0,023	0,264	0,397	- 0,30
+ 0,0031	0,292	0,425	- 0,27
0,052	0,318	0,450	- 0,22
0,087	0,349	0,482	- 0,19
0,18	0,427	0,560	- 0,09
0,290	0,497	0,626	+ 0,02
0,389	0,545	0,657	0,12
0,48	0,550	0,646	0,21
0,97	0,661	0,698	0,60
1,487	0,817	0,829	1,21
1,96	0,909	0,916	1,69
3,96	0,977	0,976	3,69
7,92	0,998	} 1,00 {	7,65
19,93	0,995		19,66
29,92	1,008		29,65
49,92	1,000		49,6

Tabelle XVII.

Platin; Kohlebogen.

Potential- differenz zwischen U und E	Beobachtete Wirkung U	Vom Einfluss reflectirten Lichtes befreite Wirkung Y	Potentialdifferenz zwischen U und E , wenn der Nullpunkt derselben an den Eckpunkt der Curve verlegt wird X
Volt			Volt
-14,98	-0,107	} < 0,002 {	-15,12
- 8,96	-0,106		- 9,08
- 4,97	-0,105		- 5,09
- 2,46	-0,104		- 2,58
- 1,96	-0,0973	0,003	- 2,08
- 1,47	-0,0815	0,018	- 1,59
- 0,935	0	0,097	- 1,06
- 0,601	+0,0890	0,172	- 0,72
- 0,303	0,292	0,379	- 0,42
- 0,010	0,567	0,652	- 0,13
+ 0,093	0,686	0,771	- 0,08
0,193	0,720	0,798	+ 0,07
0,293	0,720	0,785	0,17
0,742	0,827	0,852	0,62
1,99	0,936	0,934	1,87
3,49	0,981	0,985	3,37
9,97	0,99	} 1,00 {	9,85
19,97	1,01		19,85

Zu bemerken ist bei Aluminium, dass nach frischem Smirgeln der gesamten Metalloberflächen der Apparat sofort zusammengesetzt und evacuirt wurde. Die Beobachtung begann, als die Pumpe der Grenze ihrer Wirksamkeit nahe gekommen war, etwa eine Stunde nach dem Smirgeln. Dabei zeigte sich anfangs die absolute Grösse der Wirkung im Abnehmen begriffen, was etwa $\frac{3}{4}$ Stunde lang andauerte, das ist etwa eben so lange, als die Pumpe noch Gasbläschen aus dem Apparat entfernte; von da ab blieb die Wirkung 10 Tage lang unverändert. Auf diesen letzteren Zustand bezieht sich die Tabelle. Der Eckpunkt der Curve der U wurde bei + 0,273 Volt gefunden; es wurde auch hier angenommen (vgl. 32), dass die

Potentiale der Elektrodenflächen U und E bei metallischer Verbindung derselben um jenen Betrag verschieden waren und dementsprechend die Potentialscale um 0,273 Volt verschoben, wodurch die letzte Columnne der Tabelle resultirt.)

Bei Platin, das ebenfalls in frisch gesmigeltem Zustand benutzt wurde, fand sich der Eckpunkt der Curve bei + 0,12 Volt, und es ist die Potentialscale für die letzte Columnne der Tabelle ebenfalls dementsprechend verschoben worden.

Taf. I, Fig. 2 zeigt den Lauf von $Y(X)$ zugleich für Kohle, Aluminium und Platin.

35. Innere Geschwindigkeiten. — Der negative Zweig von $Y(X)$ giebt, wie wir sahen (31), die Werte der Geschwindigkeitsverteilungsfunktion F direct an für alle inneren Geschwindigkeiten, welche grösser sind als „II“. Auf die Fortsetzung der Function F für Geschwindigkeiten kleiner als „II“ kann geschlossen werden aus dem positiven Zweig von Y . Die Neigung des letzteren wächst, wie Taf. I, Fig. 2 zeigt, von $X = 0$ ab, wo sie nahe Null ist, mit zunehmendem X rasch an. Da nun r mit zunehmendem X nur abnehmen kann, muss F' nach Gleichung (2) (31) zunehmen. Es wird daher die Function F über $X = 0$ hinaus nach rechts hin ihren Lauf mit weiter noch zunehmender Steilheit fortsetzen, wie dies die punktirte Linie oa in Taf. I, Fig. 2 für den Fall des Platins andeutet. Für noch weiter wachsende X nähert sich F' bald der Null, welcher Wert bei $X = 10$ Volt oder $X/S = 20$ Volt/cm für alle drei Körper schon sehr nahe erreicht ist und wobei Y sehr nahe gleich 1 wird, wie Taf. I, Fig. 2 und die Tabellen zeigen. Hier werden durch Gleichung (2) für die Function F zwei Fälle als möglich angezeigt. Entweder (A) r ist schon Null geworden, sodass F' noch weiterhin, bis zu $F = 1$, grosse Werte behalten kann (aA in Taf. I, Fig. 2), oder (B) r ist noch nicht Null; sodass F' es werden muss (aB in Taf. I,

1) Es schien die Potentialverschiedenheit der Platten, E negativ gegen U , während der ersten vorgenommenen Belichtung von U sich herausgebildet zu haben, was auf Polarisation von E , etwa durch Belag mit negativen, durch Absorption der Kathodenstrahlen in dem vorhandenen Dampfresiduum (12) entstandenen Trägern deutet. Auch bei Kohle und Platin war der Sinn der Potentialverschiedenheit derselbe, nur ihre Grösse geringer.

Fig. 2). Fall *A* würde bedeuten, dass das Kraftintegral *II* nur sehr klein, kaum gleich 0,1 Volt sein kann und dass unter den inneren Geschwindigkeiten der Quanten verschwindend kleine Geschwindigkeiten am meisten vertreten sind. Die Voraussetzung dieses Falles, dass nämlich τ bei einem Kraftwerte von 20 Volt/cm der Null schon nahe sei, dass also, nach der Bedeutung von τ (31), die Kraft *K* wesentlich höhere Werte als 20 Volt/cm in ihrem ganzen Bereiche nicht aufweise, widerspricht jedoch der Erfahrung. Denn äussere, der Kraft *K* entgegengerichtete Kräfte bewirkten selbst in der Grösse von 45 000 Volt/3,6 cm kein Entweichen von (negativer) Elektrizität aus einer im Vacuum befindlichen Aluminiumfläche (4, Tab. I, Anm. 2). Wir betrachten danach den Fall *A* als ausgeschlossen und daher den Fall *B* als zutreffend. Dies bedeutet, dass weitaus die meisten, durch das Licht im Innern des Körpers ausgelösten Quanten daselbst eine bestimmte, verhältnismässig grosse Geschwindigkeit haben, welche als die wahrscheinlichste innere Geschwindigkeit eines Quants zu bezeichnen wäre, und dass sowohl geringere als grössere Geschwindigkeiten als diese zwar vorkommen, jedoch beide nur in geringem, mit zunehmender Abweichung von der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit rasch gegen Null herabsinkendem Maasse.¹⁾

Zu berücksichtigen ist, dass unsere Angaben nur auf die nach einer bestimmten Richtung hin, nämlich der Oberflächennormalen, genommenen Componenten der Geschwindigkeiten sich beziehen (23), während das Bestehen anderer Geschwindigkeitsrichtungen wirklich nachgewiesen ist (8, 18, 19, 20, 29). Mit Rücksicht hierauf kann bemerkt werden, dass die von uns gefundenen, in den Tab. XV—XVII niedergelegten Verteilungen der äusseren Normalcomponenten, wie mir durchgeführte Rechnungen zeigen, weder dem Falle des Bestehens einer einzigen bestimmten inneren Geschwindigkeitsgrösse mit gleicher Wahrscheinlichkeit für jede mögliche Richtung derselben entsprechen, noch auch etwa dem Falle, dass die inneren Geschwindigkeiten

1) Es sei bemerkt, dass unsere Beobachtungen gegen etwaiges Bestehen innerer Geschwindigkeiten ganz anderer, kleinerer Grössenordnung nichts aussagen.

nach Maxwell's für Gasmolecüle geltendem Gesetz verteilt wären.¹⁾

Die Grösse der wahrscheinlichsten inneren Geschwindigkeit, entsprechend grösster Steilheit von F , erscheint bei jedem der drei untersuchten Körper nicht sehr verschieden von dem beziehlichen Wert „II“. Ueber diese letztere Grösse selber sagen jedoch unsere Versuche nur aus, dass sie bei den drei Körpern etwa 0,1 oder 0,2 Volt (für Platin die Abscisse von B , Taf. I, Fig. 2) übersteigen müsse.

36. Ueber die äusseren Geschwindigkeiten seien noch folgende, auf gewöhnliches Maass reducirte²⁾, für Kohlebogenlicht geltende Angaben mitgeteilt, welche den in grossem Maassstabe gezeichneten Originalen der Taf. I, Fig. 2 entnommen sind.

Tabelle XVIII.

		Quantenzahl bei		
		C	Pt	Al
Entweichend mit normalen Geschwindigkeitskomponenten	10 ⁷ cm/sec			
	zwischen 12 und 8	0,000	0,000	0,004
	„ 8 „ 4	0,049	0,155	0,151
	„ 4 „ 0	0,67 ²⁾	0,65 ³⁾	0,49 ³⁾
Nur bei Mitwirkung äusserer Kraft entweichend		0,28	0,21	0,35
Gesamtzahl		1,00	1,00	1,00

1) Beide Fälle stellen nicht nur die gefundene äussere Geschwindigkeitsverteilung nicht dar, sondern sie würden auch verlangen, dass kleinste innere Normalcomponenten am meisten vertreten seien. Ein Grund, warum letzteres nicht zutrifft, kann darin gesehen werden, dass die aus tieferen Molecüllschichten des belichteten Körpers kommende Strahlung der auswählenden, für kleine Geschwindigkeiten sehr starken Absorption (4) durch die äusseren Schichten unterliegt. — Dass für den Vorgang der Ausstrahlung von vornherein die ganze vom Licht durchdrungene Körperschicht in Betracht zu ziehen sei, zeigt ein von Hrn. Hallwachs beschriebener Versuch (Tagebl. der Heidelberger Naturf.-Vers. p. 214. 1890), worin eine auf Quarz niedergeschlagene, durchsichtige Silberschicht, von der Quarzseite her belichtet, an der entgegengesetzten Seite negative Ladung abgibt.

2) e/μ ist dabei rund gleich 10⁷ C.G.S. gesetzt.

3) Diese Zahlen würden bei glatten Oberflächen voraussichtlich eine Vergrösserung erfahren, die unmittelbar darunter stehenden eine gleiche Verkleinerung (vgl. 37).

Das für Kohle schon hervorgehobene (23) Ueberwiegen der kleineren äusseren Geschwindigkeiten zeigt sich auch bei Platin und Aluminium; als Besonderheit zeigt Platin mehr grössere Geschwindigkeiten als Kohle, und Aluminium noch mehr als Platin.

37. Nicht unerwähnt darf der Einfluss bleiben, den die Rauigkeit der benutzten Oberflächen auf die Resultate ausgeübt haben muss. Die Russflächen waren von selber rau, die Metallflächen infolge der Smirgelung. Bei dem Bestehen starker tangentialer Componenten in den Anfangsgeschwindigkeiten (8, 18, 19, 20, 29) muss ein Teil der ausgetretenen Quanten von den Vorsprüngen der rauhen Oberfläche wieder aufgefangen worden sein. Dieser Einfluss der Rauigkeit kann nicht zur Beobachtung gekommen sein bei grösseren verzögernden Kräften und er muss fortfallen bei grösseren beschleunigenden Kräften; er würde danach nur in einer Erniedrigung der Werte $U(0)$, und also auch $Y(0)$ und deren Umgebung bestehen. An glatten Oberflächen wäre steilerer Anstieg des negativen, weniger steiler Anstieg des positiven Zweiges von Y zu erwarten. Eine solche Aenderung ist in der That notwendig, um einen Widerspruch zu beseitigen, welcher bei eingehender Untersuchung gefunden wird zwischen der aus unseren Versuchen resultirenden Form von Y und der auf glatte Oberflächen angewandten Annahme eines nur kleinen Wirkungsbereiches σ der Kraft K . Die in Hinsicht der Geschwindigkeitsverteilung im allgemeinen gezogenen Schlüsse (35, 36) werden indessen hiervon nicht beeinflusst.

38. Den Ursprung der Oberflächenkraft K (31) betreffend können folgende drei Möglichkeiten in Betracht gezogen werden: a) Elektrische Doppelschichten an den Oberflächen, b) eine spezifische Anziehung zwischen Leiter und Elektrizität, etwa wie sie v. Helmholtz zur Erklärung der Metallcontactpotentialdifferenzen annahm¹⁾, c) die wohl zweifellos vorhandene elektrische Kraft zwischen den entweichenden Quanten und deren elektrischen Bildern in der Oberfläche.

In den Fällen a) und b) würde die Kraft mit der Natur des Leiters variiren; im besonderen wäre bei Aluminium einer-

1) v. Helmholtz, „Erhaltung der Kraft“ p. 47. 1847.

seits und Platin und Kohle andererseits, welche elektromotorisch weit voneinander verschieden sind, eine deutliche Verschiedenheit in der Grösse des Kraftintegrals Π zu erwarten. Eine solche würde bei gleich angenommenen inneren Geschwindigkeiten dadurch sich äussern, dass die betreffenden Y -Curven in ihren negativen Zweigen horizontal gegeneinander verschoben erschienen. Dies ist aber nicht der Fall; Platin und Kohle zeigen (Taf. I, Fig. 2) in den kleinen Werten von $Y(-X)$ mehr Verschiebung gegen einander als Aluminium gegen Platin, und in den grossen Werten von $Y(-X)$ steht Kohle dem Aluminium näher als dem Platin. Die Verschiedenheit von Π könnte allerdings bestehen und nur nicht zu jenem Ausdruck kommen dann, wenn, im Falle der Kraftart b), mit grösserer Anziehung zwischen Körper und Quanten jedesmal auch grössere innere Anfangsgeschwindigkeiten der Quanten verbunden wären; hiervon ist jedoch ohne weiteres eher das Gegenteil wahrscheinlich. Es kann also gesagt werden, dass eine specifisch verschiedene Anziehung zwischen den untersuchten Körpern und der negativen Elektrizität in unseren Versuchen durchaus nicht bemerkbar wird. Will man eine solche Anziehung dennoch als bestehend annehmen, wofür elektrochemische Gründe sprechen, so wäre ihr nach unseren Versuchen eine Wirkungssphäre zuzuschreiben, welche von kleinerer Grössenordnung ist als die Moleculardistanz in den von uns untersuchten festen Körpern. In diesem Falle würde die Anziehung zum Kraftintegral Π nichts beitragen; sie würde dann aber an der Ausbildung von Contactpotentialdifferenzen an den Berührungsflächen von Metallen ebenfalls nicht beteiligt sein können.

Dass in Luft elektrische Doppelschichten an Leiteroberflächen bestehen, erscheint nicht zweifelhaft¹⁾; über das Fortbestehen derselben im Vacuum ist nichts bekannt. Zu den wirksamsten Mitteln, anhaftende Gasschichten von einer Metallplatte zu entfernen, gehört die Benutzung der Platte als Kathode bei der Glimmentladung. Ich habe dies Mittel auf die Platinplatte angewandt, deren lichtelektrisches Verhalten vorher mit den oben angegebenen Resultaten (34) untersucht

1) P. Lenard, Wied. Ann. 46. p. 534. 1892; Quecksilber Tab. XVII daselbst.

worden war. Der Apparat wurde dazu mit Wasserstoffgas¹⁾ beschickt, worauf eine vielzellige Accumulatorenatterie die Platinplatte, als Kathode, 6 Stunden lang mit Glimmlicht bedeckt hielt; die gegenüberliegende Platinplatte (E) war Anode. Hätte dabei Π eine Abnahme erfahren, so hätte sich dies durch Anwachsen von $Y(0)$ erkennbar machen können. Solches trat aber nicht ein; $Y(0)$ wurde vielmehr am Schlusse der Behandlung, nachdem der Apparat wieder evacuirt worden war, gleich etwa 0,5 gefunden, also noch kleiner als vorher. Zu berücksichtigen wäre auch, dass zur Erklärung der Erscheinungen angenommen werden müsste, es seien alle drei untersuchten Körper, und Platin auch nach obiger Behandlung, aussen negativ belegt.

Von der Kraftart c) kann dagegen gesagt werden, dass nicht nur ihr Vorhandensein, soweit gegenwärtige Kenntniss geht, keinem Zweifel unterliegt, sondern dass auch ihre Eigenschaften unseren Beobachtungen ohne weiteres entsprechen. Diese Kraft hat im Abstände s die Grösse $K = 300 e / 4 s^2$, worin e die Ladung eines einzelnen, selbständig beweglichen Quantums, gleich $6,6 \cdot 10^{-10}$ statischen Einheiten, wäre.²⁾ Danach ergibt sich:

$K(s) =$	wenn $s =$	$\Pi = \int_e^\infty K ds = \int_e^\sigma K ds =$	wenn $q =$
Volt/cm	mm	Volt	mm
0,0005	0,1 = σ	0,5	10^{-6}
5	0,001	5	10^{-7}
$5 \cdot 10^6$	10^{-6}		

Es genügt also diese Kraft der Bedingung unmerklich zu werden in Abständen, die klein sind gegenüber den in unseren Versuchen benutzten Plattenabständen \overline{UE} , jedoch gross gegenüber den Moleculardistanzen; sie nimmt ferner in Abständen, welche noch nicht unterhalb der Moleculargrösse liegen, Werte

1) Wasserstoffgas erschien, gegen Wasser wenigstens, weniger negativ als Luft (Wied. Ann. 46. p. 627. 1892); nach J. J. Thomson (Phil. Mag. 37. p. 341. 1895) wäre es sogar positiv gegen Wasser.

2) Vgl. die Anmerkung zu 24.

von solcher Höhe an, dass dadurch das Nichtentweichen der Elektrizität aus unbelichteten, stark geladenen Leitern im Vacuum (4, Tab. I, Anm. 2) erklärlich ist, und ihr Integralwert Π liegt über der durch unsere Versuche angezeigten unteren Grenze (35).

Versuche in gaserfülltem Raum.

39. In früheren Versuchen habe ich nachgewiesen, dass Kathodenstrahlen die Luft elektrisch leitend machen¹⁾; es soll jetzt untersucht werden, ob dies bei allen Geschwindigkeiten der Strahlen eintritt, oder ob, wie die Unipolarität der lichtelektrischen Wirkung anzuzeigen scheint (9, 11), eine untere Grenze der Strahlengeschwindigkeit hierfür besteht. Hierzu

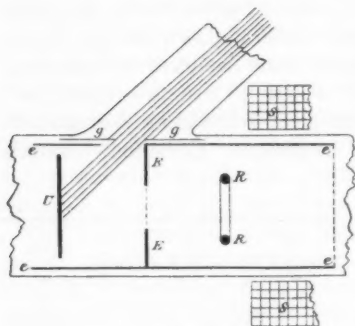


Fig. 4.

wurde der folgende Apparat benutzt (Fig. 4). Der zu bestrahlenden Platte U stand die Fläche E gegenüber, deren Mitte aus feinem Drahtnetz bestand (Maschengröße 1 mm², Drahtdicke 0,1 mm); jenseits des Netzes findet sich der Aluminiumring R . U , E und R sind voneinander isoliert, sodass links und rechts von E zwei beliebige elektrische Felder

hergestellt werden können, deren gegenseitige Unabhängigkeit durch das mit E verbundene, rechts durch Drahtnetz geschlossene, bei g zum Lichteinlass durchbohrte Rohr ee gewährleistet sind. E ist mit der Erde verbunden und im Raume zwischen U und E ist alles, auch das Netz von E , gut berusst. Das Glasrohr, welches das Ganze umschließt, kann mit beliebigen Gasen bei messbarem Druck gefüllt werden. Die Stromspule SS verhindert wieder die Ausbreitung der Strahlung (18), sodass stets nahezu die gesamte aus-

1) P. Lenard, Wied. Ann. 51. p. 240. 1894.

gestrahlte Quantenmenge nach R hin gelangt, unabhängig von der Grösse der beschleunigenden Kraft zwischen U und E . Lichtquelle war der Zinkbogen.

Die Versuche wurden folgendermaassen ausgeführt. Durch Abänderung der Potentialdifferenz zwischen U und E ist die Geschwindigkeit der Strahlen, welche durch das Netz nach R hin gelangen, regulirbar und sie ist nach den vorhergegangenen Versuchen jedesmal bekannt. Es ist nun zu untersuchen, ob im Raume um R nicht nur negative Elektrizitätsträger durch Absorption der Strahlen im Gase entstehen, sondern auch positive Träger. Erst der letztere Fall würde wahre, nicht unipolare Leitfähigkeit des Gases bedeuten. Es wurde daher R mit dem Elektrometer verbunden und zugleich, gemeinsam mit dem Gehäuse des Elektrometers, negativ geladen. Eine Ladungsabnahme von R bei Belichtung von U , angezeigt durch positiven Gang des Elektrometers, kann dann als sicheres Zeichen für das Vorhandensein positiver Träger und also wahrer Leitfähigkeit angesehen werden.

40. Es waren nur geringe Gasdrucke anzuwenden, um annehmen zu können, dass die Geschwindigkeiten, mit welchen die Quanten in den Raum R gelangen, durch stetige Beschleunigung auf dem Wege von U bis E erlangt worden sind. Diese Annahme wird jedenfalls dann zutreffen, wenn weiter fortgesetzte Verdünnung des Gases sich als einflusslos erweist. Letzteres trat ein in Luft und Kohlensäure bei etwa 0,04 mm, in Wasserstoffgas bei etwa 0,06 mm Quecksilberdruck. Bei allen Drucken unterhalb dieser Grenzdrucke ergaben beschleunigende Potentialunterschiede von elf oder mehr Volt zwischen U und E grosse positive Elektrometergänge an R , Potentialunterschiede von acht oder weniger Volt dagegen nur sehr kleinen Elektrometergang, wie dies Tab. XIX im einzelnen nachweist. Hieraus geht unmittelbar das Bestehen einer Geschwindigkeitsgrenze hervor¹⁾, deren Grösse weiter unten (42) discutirt wird.

1) Hr. J. S. Townsend findet (Phil. Mag. (6) 1. p. 198. 1901), dass auch materielle, negative Träger die Eigenschaft der Kathodenstrahlen besitzen, neue Träger in Gasen zu erzeugen, und für diese materiellen Träger scheint eine bestimmte Grenzgeschwindigkeit nicht angebbar zu sein.

Tabelle XIX.

Pot.-Diff. zwischen U u. E (beschleunigend)	Atm. Luft		Wasserstoffgas			
	Drucke in mm Quecksilber					Alles Gas fort- gepumpt
	0,04	0,004	0,03	0,004	0,00013	
α						
Volt	α , Elektrometerscalenteile an R in 10 Sekunden					
0	0,11	0,18	0,12	0,15	0,18	0,05
4,00	0,17	0,25	—	—	—	—
8,00	0,31	0,33	0,18	0,20	0,13	0,13
9,00	0,65	0,65	0,27	0,47	0,86	0,74
9,50	0,77	1,7	—	—	—	—
9,70	1,09	3,0	—	—	—	—
10,00	2,05	4,0	0,77	2,4	3,1	1,86
10,50	—	6,7	—	—	—	—
10,70	—	10,2	—	—	—	—
11,00	—	16,7	5,8	12,3	23,8	10,9
12,00	16,4	26,8	16,3	26,4	33,4	42,9
20,0	108	—	—	—	—	—
100	—	—	—	—	—	6380 ¹⁾

Auch in Kohlensäure war das Verhalten das gleiche. Das Anfangspotential von R überstieg bei allen Versuchen der Tabelle das von U , oder war ihm mindestens gleich, damit nicht Kathodenstrahlen bis R gelangen und so das Elektrometer direct beeinflussen konnten; es waren mit der unten angemerkten Ausnahme 20 Volt für R gewählt. Höhere Potentiale, bis über 100 Volt, ergaben keine wesentlich höheren Elektrometergänge, woraus folgt, dass schon die geringen Potentialdifferenzen genügten, um alle jenseits E erzeugten positiven Träger an R zu sammeln; dies Resultat wird weiter unten benutzt (45). War dagegen das Potential von R niedriger als das von U oder auch gleich dem von U , und lag zugleich

1) Dieser Elektrometergang wurde nicht direct beobachtet, sondern bei Vergrößerung der Capacität des Elektrometersystems von $1,14 \cdot 10^{-10}$ Fd. auf $501,1 \cdot 10^{-10}$ Fd.; der beobachtete Gang war 14,5 Sct./10 sec. Das Potential von R war bei diesem Versuch 120 Volt negativ gegen E .

das letztere Potential selber unter etwa 11 Volt, so trat negativer Elektrometergang an R ein. Dies beweist, dass auch bei niedrigem Potential von U Kathodenstrahlen in den Raum von R drangen und dass daher der bei diesen Potentialen gefundene Mangel an positiven Trägern nicht etwa durch Abwesenheit der Strahlen zu erklären sei. Starker negativer Elektrometergang wurde z. B. beobachtet bei $U = 10$ Volt und $R = 10$ Volt, beide negativ gegen E , in Luft von 0,04 mm Druck, ebenso bei $U = 0$ bis 20 Volt negativ und $R = 0$ Volt in Luft von 0,04 und 0,004 mm und in Wasserstoff von 0,002 mm Druck.

41. Freie Weglängen der Quanten. — Oberhalb der oben (40) angegebenen Grenzdrucke waren wesentlich höhere beschleunigende Potentiale als 11 Volt nötig, um positive Träger im Raume R zu erzeugen. Es deutet dies an, dass alsdann die Quanten auf ihrem Wege von U bis E keine stetige Beschleunigung mehr erfuhren, oder dass ihre freie Weglänge im Gas bei jenen Drucken eben gleich geworden war dem Abstand $UE = 14,5$ mm. Die mittleren freien Weglängen der betreffenden Gasmoleküle sind bei denselben Drucken 1,9 mm in Luft, 1,2 mm in Kohlensäure und 2,3 mm in Wasserstoffgas¹⁾; die Strahlenquanten legen daher bei den hier vorkommenden Geschwindigkeiten von der Grössenordnung 1–10 Volt²⁾ etwa 10 mal grössere freie Wege zurück als die Moleküle des Gases, in welchem sie sich bewegen, oder etwa 2 mal so grosse Wege als verschwindend kleine, schnellbewegte Körper, welche Gasmoleküle nicht durchdringen können.³⁾ Sehr viel grösser waren die freien Weglängen der früher von mir untersuchten, etwa 100 mal schnelleren⁴⁾ Strahlen. Es waren z. B. in Sauerstoff- bez. Wasserstoffgas von 40 mm Druck solche Strahlen von geradlinigem, noch nicht sehr diffussem Verlauf bis zu 5 bez. 10 cm Länge zu be-

1) Nach O. E. Meyer, Gastheorie, Tab. p. 192, proportional den Drucken gerechnet.

2) $4,5 - 14 \cdot 10^7$ cm/sec (vgl. 23).

3) Die freie Weglänge solcher Körper wäre $4\sqrt{2} = 5,7$ mal so gross als die der Gasmoleküle (vgl. J. C. Maxwell, Phil. Mag. (4) 19. p. 29. 1860).

4) $0,67 \cdot 10^{10}$ cm/sec (Wied. Ann. 64. p. 287. 1898).

obachten¹⁾, und es ist nachgewiesen²⁾, dass neben der Richtung auch die Grösse der Geschwindigkeit längs diesen Wegen dieselbe bleibt. Die mittleren freien Weglängen der Molecüle des gasförmigen Mediums, in welchem dies stattfindet, sind nur 0,00019 bez. 0,00034 cm, und hiervon stellen jene Quantenbahnen das 30 000 fache dar oder das 5000 fache der freien Wege kleiner Körper, welche Gasmolecüle nicht durchdringen können. Dies bestätigt den früher in kleinem Intervalle gefundenen Satz³⁾, dass Kathodenstrahlen um so weniger diffus in Gasen verlaufen und um so weniger absorbierbar sind, je kleiner ihre magnetische Ablenkbarkeit ist; denn dieser Satz kann auch so gefasst werden⁴⁾: dass die freie Weglänge der Strahlenquanten um so grösser wird, je grösser ihre Geschwindigkeit ist.

Dass freie Wege von den angegebenen Längen überhaupt möglich sind, wesentlich längere freie Wege aber dennoch unmöglich — gemäss den Thatsachen der Diffusion und Absorption der Kathodenstrahlen und der hier gefundenen Druckgrenze —, scheint in Hinsicht der Molecüle bez. Atome der Materie anzuzeigen, dass jedes derselben innerhalb des ihm zugehörigen, für seinesgleichen undurchdringlichen Raumes einen Aufbau aus feineren Bestandteilen mit vielen Zwischenräumen und also auch mit vielen Bewegungsmöglichkeiten aufweise. Die Behandlung der Fragen, welche hier schon seit meinen ersten Veröffentlichungen über die Kathodenstrahlen und seit Begründung der neueren Vorstellungen über deren Natur vorliegen, dürfte indessen erst lohnend werden, wenn noch weitere Beobachtungen an Strahlen verschiedener Geschwindigkeiten beigebracht sind.

42. Der Wert der Grenzgeschwindigkeit für die Bildung positiver Gasträger kann nach Tab. XIX folgendermaassen beurteilt werden. Trägt man die beschleunigenden Potentialdifferenzen x als Abscissen, die zugehörigen Elektrometergänge z als Ordinaten auf, so erhält man Curven, welche von

1) P. Lenard, Wied. Ann. 51. p. 225. Figg. 6 u. 12, II. 1894.

2) l. c. 52. p. 23. 1894.

3) l. c. 51. p. 265. 1894; 52. p. 31. 1894; 56. p. 261. 1895.

4) l. c. 64. p. 279. 1898.

$x = 0$ bei 8,5 Volt nahe horizontal und dicht an der Abscissenaxe laufen, alsdann, innerhalb des Intervalles $x = 8,5$ bis 11 Volt, scharf nach oben umbiegen und schliesslich von hier aus wieder nahe geradlinig steil aufwärts weiter führen; der letztere Teil der Curven hat eine vom Punkte $x = 10,5$ Volt, $z = 0$ abzielende Richtung, und in allen diesem stimmen die verschiedenen Beobachtungsreihen der Tabelle sehr nahe mit einander überein. Dieser Verlauf ist darstellbar durch die Annahme, dass die von jedem einzelnen Quant erzeugte Trägerzahl innerhalb der Beobachtungsgrenzen proportional sei dem Geschwindigkeitsüberschuss des Quants über die Grenzgeschwindigkeit¹⁾, und Null, wenn solcher Ueberschuss nicht vorhanden ist. Bezeichnet $N(v) \cdot dv$ die Zahl der Quanten, welche das Netz E mit der Geschwindigkeit $v \pm \frac{1}{2} dv$ passiren, V die Grenzgeschwindigkeit, C eine Constante, so wären danach die beobachteten Elektrometergänge $z = C \int N(v) \cdot (v - V) dv$, das Integral genommen über alle Geschwindigkeiten v , welche grösser sind als V und zugleich grösser als x . Da $N(v) = Y'(x - v)$ ist²⁾ (23), ergibt sich nach Reduction:

$$(3) \quad \begin{cases} z = C \int_{\infty}^{v-x} Y(-X) dX & \text{für } x \leq V \\ \text{und} \\ z = z(x = V) + C(x - V) & \text{für } x > V. \end{cases}$$

$Y(-X)$ ist dabei aus Tab. IX mit Gleichung (1) bez. aus Fig. 2 zu entnehmen (23); es ist sehr nahe Null für alle Werte von X zwischen ∞ und 2,5 Volt, von wo aus es dann wächst. Setzt man daher in Gleichung (3) $V = 11$ Volt, so nimmt z durchaus den oben beschriebenen, beobachteten Verlauf an, indem es nahe Null bleibt, bis $V - x = 2,5$ Volt oder $x = 8,5$ Volt geworden ist, dann ansteigt und von $x = V = 11$ Volt an

1) Alle Geschwindigkeiten sind auch hier als lebendige Kräfte gemessen (23).

2) Da wir die tangentialen Geschwindigkeitscomponenten von gleicher Grössenordnung fanden wie die normalen (19, 20), und da ausserdem nur normal soweit beschleunigte Geschwindigkeiten in Betracht zu ziehen sind, dass sie $V = 11$ Volt übersteigen, ist es hier ohne Fehler erlaubt, N durch Y' zu ersetzen.

wieder geradlinig wird. Die gesuchte Grenzgeschwindigkeit ist also 11 Volt, oder in gewöhnlichem Maasse $1,5 \cdot 10^8 \text{ cm/sec.} = \frac{1}{200}$ Lichtgeschwindigkeit; die zugehörige lebendige Kraft, auf deren Ueberschreitung es ankommt, wäre $10^8 \cdot e \cdot V = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ Erg}$, wenn $e = 6,6 \cdot 10^{-10} \text{ C.G.S.}$ statisch als Quantenladung genommen wird.

43. Bemerkt muss werden, dass dieselbe Grenzgeschwindigkeit gefunden wird, ob der Apparat Luft, Wasserstoffgas oder Kohlensäure enthielt oder ob die Quecksilberluftpumpe dauernd in Thätigkeit erhalten und alles Gas entfernt wurde (vgl. Tab. XIX, letzte Columnne). Dass im letzteren Falle überhaupt noch positive Träger gebildet wurden, wird man dem vorhandenen Dampfresiduum (12) zuschreiben; ja es kann sogar angenommen werden, dass in allen Fällen nur dieses Residuum die positiven Träger geliefert hatte, denn die Tab. XIX weist für Gasfüllungen keine wesentlich grösseren Elektrometergänge auf als für den evacuirten Apparat. Es würde dann zu den Gasen eine höhere Grenzgeschwindigkeit als die angegebene gehören. Da indessen eine gegebene Quantenzahl auch nur eine bestimmte Trägerzahl liefern kann, ist bis auf weiteres auch die gegenteilige Annahme zulässig, dass für alle drei untersuchten Gase und für das Dampfresiduum, vielleicht für alle Stoffe überhaupt, die gleiche Grenzgeschwindigkeit gelte. In jedem Falle bleibt das Resultat bestehen, dass Geschwindigkeiten unter der angegebenen Grenze weder die untersuchten Gase, noch die vorhandenen Dämpfe leitend machen.

44. In Hinsicht des ersten Theiles der vorliegenden Untersuchung (12—38) bringt das vorstehende den Beweis dafür, dass Leitungsfähigkeit von Gasresten oder Dämpfen bei allen kleinen beschleunigenden Potentialen überhaupt nicht mitgewirkt hat. Aber auch für die hohen beschleunigenden Potentiale, wo Leitfähigkeit auftritt, ist die Wirkung derselben nur gering im Vergleich zum directen Elektrizitätstransport durch Strahlung, wie das Folgende zeigt.

45. Erzeugte Trägerzahlen. — Sei der Potentialunterschied $UE = 12 \text{ Volt}$, so folgt aus der zugehörigen Zahl der letzten Columnne der Tab. XIX und der Elektrometercapacität die Elektrizitätsmenge der in 1 sec gebildeten positiven Träger gleich $0,039 \cdot 10^{-10} \text{ Coulomb}$, während die Quantenmenge, welche

diese Träger erzeugte, $25 \cdot 10^{-10}$ Coulomb ist.¹⁾ Das Verhältnis der gebildeten Trägerzahl zur erregenden Quantenzahl ist hier 0,0016; dasselbe wird gleich 0,23 bei $UE = 100$ Volt (nach Tab. XIX). Die hier angegebenen Trägerzahlen wurden im Raume ER (Fig. 4) erzeugt, während die erregenden Quanten, mit den zur Potentialdifferenz UE gehörigen Geschwindigkeiten durch das Netz E eintretend, mit allen Geschwindigkeiten einer nahe gleichförmig verzögerten Bewegung die Strecke $ER = 20$ mm durchlaufen, in der Nähe von R umkehren²⁾ und mit denselben Geschwindigkeiten dieselbe Strecke rückwärts durchlaufen, also bei gleichförmig beschleunigter Bewegung längs $2 \cdot 20 = 40$ mm, angefangen mit der Geschwindigkeit nahe Null und beendet mit der zur Potentialdifferenz UE gehörigen Geschwindigkeit. Dieselbe Trägerzahl wird also bei gleicher Potentialdifferenz auch im Raum UE zu erwarten sein, wenn der Abstand $\overline{UE} = 40$ mm ist, und bei $1/n$ Abstand der n^{te} Teil. Hiernach, und für andere Potentiale UE durch lineare Interpolation (nach 42), wurde die folgende Correctionstabelle entworfen, welche die Divisoren angiebt, mit denen jedesmal der an U beobachtete Elektrizitätsverlust zu versehen war, um ihn vom Einfluss der Leitung zu befreien.

Tabelle XX.

Potential- differenz UE	Abstand \overline{UE}			
	5 mm	10 mm	25 mm	40 mm
Volt				
12	1,00	1,00	1,00	1,00
20	1,00	1,00	1,01	1,02
100	1,03	1,06	1,15	1,23
200	1,06	1,12	1,30	1,46

46. Die Unipolarität der lichtelektrischen Wirkung, welche nicht nur in gewöhnlicher Luft, sondern auch bei allen Gas-

1) Beobachtet als von U in 1 sec entweichend bei gleichem Abstand der gleichen Lichtquelle, $\overline{UE} = 5$ mm und 50 Volt beschleunigender Potentialdifferenz.

2) Die Potentialdifferenz ER war in den betrachteten Fällen nahe gleich der UE (40).

verdünnungen zweifellos festgestellt erscheint, findet, wie schon eingangs hervorgehoben (11), ihre Erklärung in der Grösse der festgestellten Grenzgeschwindigkeit (42), welche die Anfangsgeschwindigkeiten der durch das Licht ausgetriebenen Quanten weit übertrifft (25, 26, 36). Auch bei den lichtelektrisch höchst wirksamen Alkalimetallen können danach, der beobachteten Unipolarität entsprechend ¹⁾, die Anfangsgeschwindigkeiten 11 Volt nicht erreichen. Im Gegensatz dazu stehen die sogenannten radioactiven Körper, welche ohne Belichtung zwar ausserordentlich geringe Mengen, diese aber mit ausserordentlich hohen Anfangsgeschwindigkeiten ausstrahlen. Körper der gleichen Art mit Strahlungsgeschwindigkeiten unter 11 Volt könnten bestehen, ohne aber durch die vorteilhafte elektromotorische Methode entdeckbar zu sein.

47. Was die lichtelektrische Wirkung in Gasen von Atmosphärendruck anlangt, so scheint mir für deren auffallende Geringfügigkeit eine widerspruchsfreie Erklärung im einzelnen noch nicht gegeben worden zu sein. Aus Tabelle II geht beispielsweise hervor, dass von einer belichteten Aluminiumoberfläche in Luft bei 83,5 Volt/cm äusserer beschleunigender Kraft nicht $\frac{1}{4}$ Proc. der ausgestrahlten Elektrizitätsmenge wirklich entweicht und selbst bei 2780 Volt/cm nur 4,7 Proc. dieser Menge. Das Folgende wird durch die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit nahe gelegt und hält quantitativer Prüfung auch an der übrigen vorhandenen Erfahrung stand, wie mir Rechnungen zeigen, deren Mitteilung ich indessen unterlasse, da über Versuche nicht zu berichten ist. — Da die ausgestrahlten Quanten im dichten Gase schon in unmittelbarer Nachbarschaft der Oberfläche absorbiert werden müssen (41), wird daselbst eine Anlagerung negativer Träger und also schnelle Bildung einer Doppelschicht mit der negativen Seite nach aussen hin stattfinden müssen. Als Kraft, welche die Ladungen der Träger und damit auch die Träger selbst bis zu einer gewissen Grenze an der Leiteroberfläche festhält, ist die elektrische Kraft zwischen diesen Ladungen und deren elektrischen Bildern vorhanden (38). In der Ausbildung einer solchen Doppelschicht können die lichtelektrischen Ermüdungs-

1) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. 43. p. 225. 1891.

erscheinungen der Leiter¹⁾ bedingt sein, denn dieselbe wird nachfolgende Ausstrahlung rückgängig machen.²⁾ Die Grenze für das Anwachsen der Doppelschicht wird durch die maximale Kraft gegeben sein, mit welcher die absorbirten Quanten an ihren Trägern haften. Das Uebersteigen dieser Kraft durch die Kräfte der Doppelschicht selbst hat Rückentladung nach dem Leiter hin zur Folge, während der zu beobachtende geringfügige Elektricitätsverlust nach der Gasseite hin allein nur durch Diffusion der Träger, an der äusseren Grenze der Doppelschicht in derjenigen Entfernung vom Leiter, in welcher die Kraft der elektrischen Bilder schon genügend klein wird, stattfinden dürfte. Die Diffusion aus der Doppelschicht wird unterstützt bez. vermindert durch äussere beschleunigende bez. verzögernde Kraft, wobei es jedesmal nur auf den an der Oberfläche selbst herrschenden Kraftwert ankommen kann, was der Erfahrung ebenfalls entspricht.³⁾ Nimmt man an, dass die Träger Luftmoleculé und mit je einem Elementarquantum geladen sind, so genügt ein verzögernder Kraftwert von 0,003 Stat. Einh./cm, um alle Träger zu verhindern, weiter als etwa 0,1 mm von der Oberfläche sich zu entfernen, und also um die Wirkung bei nicht besonders bewegter Luft⁴⁾ ganz zum Stillstand zu bringen.⁵⁾ Bei vermindertem Gasdruck ist die Diffusionsgeschwindigkeit und damit auch die Wirkung vermehrt (vgl. Tab. II). Erst in ziemlich stark verdünnter Luft wird, nach der gefundenen Grösse der freien Weglängen (41), die Erscheinung aus der unmittelbaren Nachbarschaft der

1) Vgl. Hallwachs, Wied. Ann. 37. p. 666. 1889.

2) Nicht ausgeschlossen ist die Mitwirkung von Doppelschichten, welche von vornherein bestehen, welches letztere z. B. beim Quecksilber der Fall ist, vgl. Wied. Ann. 46. p. 628. 1892.

3) A. G. Stoletow, Journ. d. russ. phys. chem. Ges. 21. 1889; Uebersetzung mit Zusätzen des Verfassers in Phys. Revue 1. p. 721. 1892.

4) Ueber den befördernden Einfluss des Anblasens der Oberfläche vgl. E. Bichat u. R. Blondlot, C. Rend. 107. p. 29. 1888; J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. 38. p. 511. 1889; W. Hallwachs, Wied. Ann. 40. p. 343. 1890.

5) Der angenommene Kraftwert ist derjenige, welcher von Hr. Righi als maaassgebend gefunden wurde für den Stillstand der Wirkung auf Aluminium in Luft (Atti del. R. Ist. Veneto 7. p. 6. 1889).

Oberfläche heraustreten, worauf dann beim Vorhandensein beschleunigender Kraft die erzeugte Leitfähigkeit der Luft in der schon früher (9) angezeigten Weise mitwirken und dadurch noch grössere Elektrizitätsverluste als im Vacuum veranlassen wird.¹⁾

Kiel, Mitte März 1902.

1) Ueber diesen letzteren Vorgang selbst ist inzwischen eine Arbeit von Hrn. J. S. Townsend erschienen, auf welche hier hingewiesen sei (Phil. Mag. (6) 1. p. 198. 1901).

(Eingegangen 17. März 1902.)

10. *Ueber die Erregung stehender elektrischer Drahtwellen durch Entladung von Condensatoren; von Ferdinand Braun.*

1. Der Fall, dass aus einem im Sinne der Geometrie geschlossenen Kreise stehende elektrische Wellen in einer offenen Strombahn erregt werden, kommt öfters vor. Er findet sich bei der Blondlot'schen Anordnung, man kann das Lecher'sche Drahtsystem so auffassen¹⁾ und er ist von mir (1898) als Senderanordnung mit sehr gutem Wirkungsgrade in die drahtlose Telegraphie eingeführt worden. Ich habe ihn dafür in zwei Formen angegeben:

a) Mit sogenannter *inductiver Erregung* des Senders. Ein Condensatorkreis entladet sich in sich und erregt inductiv in der lange gestreckten offenen, funkenlosen Senderbahn Schwingungen.

b) Mit sogenannter *directer* Schaltung. An einen Punkt des Condensatorkreises ist der Sender unmittelbar angeschlossen.

c) Beide Methoden lassen sich mannigfach durch Parallel- oder Hintereinanderschalten mehrerer Schwingungskreise, desgleichen mehrerer Secundärwindungen, ferner indem die elektromagnetische Koppelung mit der directen combinirt wird (wobei jedoch die Phase des Stromes relativ zur Spannung zu berücksichtigen ist), je nach den Bedürfnissen combiniren.

Der gemeinschaftliche Gedanke aller dieser Anordnungen besteht im Folgenden: Der Condensatorkreis stellt, wegen seiner geringen Dämpfung, gewissermaassen ein Energie-reservoir dar; er soll kurz als „Schwingungskreis“ bezeichnet werden; die offene Strombahn des Senders dient zur Ausstrahlung der Energie; sie ist infolge dieser Abgabe stark gedämpft, erhält aber die abgegebene Energie aus der geschlossenen Strombahn nachgeliefert. Der unvermeidliche Umsatz von elektrischer Energie in Wärme innerhalb der

1) Vgl. F. Braun, Physik. Zeitschr. 3. p. 143. 1901.

Funkenbahn lässt sich erfahrungsmässig durch Anwendung grosser Condensatorcapacitäten verhältnismässig gering machen.

Andere Funkenstrecken, als diese einzige, bisher nicht zu umgehende, sind ausgeschlossen. Schon dadurch unterscheidet sie sich zu ihren Gunsten von einer auch sonst principiell verschiedenen Anwendung des Flaschenkreises, wie ihn Lodge für denselben Zweck vorschlug, der aus einem langsam schwingenden Flaschenkreis durch Funkenstrecken einen wieder durch eine Funkenstrecke unterbrochenen Hertz'schen Oscillator mit grossen Flügeln statisch nachlud.

Meine oben skizzirten Anordnungen haben, wie es scheint, jetzt alle anderen Senderanordnungen verdrängt; wenigstens arbeitet Marconi sowohl wie Slaby mit denselben.

2. Im Folgenden soll die sogenannte *directe* Schaltung etwas ausführlicher discutirt werden.

Im Anfang wurde, wie dies nach Marconi's Erfahrungen nahegelegen, ja fast unerlässlich schien, während ein Punkt des Schwingungskreises mit dem Sender verbunden war, ein anderer an Erde gelegt. Dies ist aber ein specieller und complicirter Fall. Ich nehme daher an, dass an zwei Punkte *A* und *B* des Flaschenkreises die Drähte *AA'* und *BB'* angelegt sind; diese können isolirt oder der eine an Erde liegend

gedacht werden. Die Bedeutung der Ansatzdrähte erhellt aus den folgenden Bemerkungen.

In den geschlossenen Strombahnen (vgl. Fig. 1) ist offenbar quasistationäre Strömung *möglich* (d. h. die Stromstärke braucht nicht Orts-

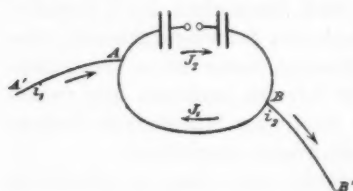


Fig. 1.

funktion zu sein, sondern kann lediglich Zeitfunktion sein), in den offenen ist dies im allgemeinen ausgeschlossen. Für die Verzweigungspunkte *A* und *B* gelten die Gleichungen:

$$(1) \quad \sum i = \gamma_0 \frac{\partial V}{\partial t},$$

wo $\sum i$ die in den Drähten zum Verzweigungspunkt führenden Ströme, γ_0 die Capacität der Verzweigungsstelle, V das Potential daselbst, t die Zeit bedeutet.

Sind die Verzweigungsstellen nicht absichtlich mit Capacität belastet, sodass $\gamma_0 = 0$ gesetzt werden darf, so ergibt Gleichung (1) das folgende: Soll J_1 sowohl wie J_2 quasistationär sein, so muss $(i_1)_A = -(i_2)_B$ sein, d. h. es tritt gleichzeitig ein Strom i_1 in A in den Flaschenkreis ein, ein ebenso starker in B aus demselben aus und die Strömung von i erfolgt im Sinn der Pfeile. Dieser Bedingung wird offenbar genügt, wenn die Anordnung in jeder Beziehung symmetrisch ist. Haben die Ströme i_1 und i_2 auch Periode und Phase der Ströme J , so ändert sich durch die Ansatzdrähte an dem Zustand des Flaschenkreises nichts weiter, als wenn die offenen Strombahnen ausserhalb geschlossen und von einer quasistationären Zweigströmung durchflossen wären.

Ist der gleichzeitigen Gleichheit beider Ströme i_1 und i_2 nicht mehr genügt, so folgt, dass auch

$$J_{2,A} - J_{2,B} \geq J_{1,A} - J_{1,B}$$

sein muss, d. h. die Strömung im geschlossenen Kreise ist nicht mehr quasistationär, es superponirt sich derselben vielmehr eine zweite, complicirtere.

Ist die Strömung im Flaschenkreis nicht quasistationär, so kann die Bedingung $(i_1)_A = -(i_2)_B$ trotzdem erfüllt sein; in der einfachsten, aber keineswegs einzigen Weise, wenn über einen oder beide Zweige sich eine quasistationäre Strömung überlagert, welche zusammen gleich $(i_1)_A$ ist.

Für diese einfachsten Fälle verschwindet *notwendig* mit i_1 auch i_2 , woraus erhellt, dass wenn man auf *einem* Ansatz Strom haben will, noch gleichzeitig ein zweiter erforderlich ist.

Schaltet man in einen von zwei symmetrischen Ansatzdrähten einen feuchten Bindfaden ein, so fällt in *beiden* die Stromstärke praktisch auf den Wert Null ab, ein deutlicher Beweis der starken Abhängigkeit beider Strombahnen voneinander.

3. Aus diesen Angaben folgt schon, dass man, um den Zustand des Systems, speciell der Ansatzdrähte kennen zu lernen, jedenfalls am sichersten mit den Strömungsgleichungen rechnen sollte. Beschränkt man sich zur Vereinfachung der Aufgabe auf die Spannungen V , so würde für einen Ansatz-

draht von der Länge l in der Kirchhoff'schen Behandlungsweise gelten

$$(1) \quad a^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + \varepsilon \frac{\partial V}{\partial t}, \quad 0 < x < l$$

mit den Grenzbedingungen

$$(2) \quad \text{für } x = 0 \quad \frac{\partial V}{\partial x} = 0,$$

$$(3) \quad \text{für } x = l \quad V = A \cdot \cos \nu t, \quad \nu = 2\pi n.$$

Dabei ist also der Flaschenkreis als nicht gedämpft angenommen. Eine Lösung ist dann

$$(4) \quad \begin{cases} V = M [\cos \nu(t - \tau) \cos \kappa x (e^{\beta x} + e^{-\beta x}) \\ - \sin \nu(t - \tau) \sin \kappa x (e^{\beta x} - e^{-\beta x})], \end{cases}$$

wo

$$(5) \quad \begin{cases} a^2(\kappa^2 - \beta^2) = \nu^2, \\ 2a\kappa\beta = \varepsilon\nu, \end{cases}$$

also nahezu

$$(6) \quad \begin{cases} \kappa = \frac{2\pi}{\lambda}, \\ \beta = \frac{\varepsilon}{2a}, \end{cases}$$

wenn λ die Wellenlänge für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit a bedeutet.

Durch Specialisirung der Zeiten folgt aus (4)

$$M \cos \kappa l (e^{\beta l} + e^{-\beta l}) = A \cos \nu \tau,$$

$$M \sin \kappa l (e^{\beta l} - e^{-\beta l}) = A \sin \nu \tau,$$

und daher

$$A = M \sqrt{e^{2\beta l} + e^{-2\beta l} + 2 \cos 2\kappa l},$$

$$\operatorname{tg} \nu \tau = \operatorname{tg} \kappa l \cdot \frac{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}{e^{\beta l} + e^{-\beta l}} = \operatorname{tg} \kappa l \cdot \operatorname{tg} h(\beta l).$$

Es lässt sich demnach V in der einfacheren Form schreiben:

$$(7) \quad V = X \cos \nu(t - \tau + \xi),$$

wo

$$X = M \sqrt{e^{2\beta x} + e^{-2\beta x} + 2 \cos 2\kappa x},$$

$$\operatorname{tg} \nu \xi = \operatorname{tg} \kappa x \cdot \frac{e^{\beta x} - e^{-\beta x}}{e^{\beta x} + e^{-\beta x}} = \operatorname{tg} \kappa x \cdot \operatorname{tg} h(\beta x).$$

Gleichung (7) zeigt, dass man wieder eine *erzwungene Schwingung von der Periode des Flaschenkreises erhält*, welche aber eine Phasenverschiebung zeigt, die gleichzeitig Ortsfunction ist. Für $l = \lambda/4$ wird $\tau = T/4$, also einer Phasenverschiebung $\pi/2$ entsprechend.¹⁾

Um die allgemeinste Lösung zu erhalten, hätte man noch eine Function u hinzuzufügen, welche für sich den Bedingungen (1) bis (3) genügt. Sie liefert unendlich viele particulare Lösungen, welche denen der Anfangsbedingungen entsprechend zu wählen sind. In diesen würden die Eigenschwingungen des Drahtes enthalten sein. Da aber²⁾ die erzwungenen Schwingungen mit der Dämpfungsconstante des Erregers, die Eigenschwingungen mit der Dämpfungsconstante auftreten, welche dem frei schwingenden System zukommt, so muss im vorliegenden Falle der stationäre Zustand durch Gleichung (7) dargestellt sein.

Im Wesentlichen wird es sich auch bei gedämpften Erregerschwingungen so verhalten, wenn nur die Dämpfung des Drahtes gross ist gegenüber der Dämpfung des Schwingungskreises, was im vorliegenden Fall zutrifft.

Will man nämlich der Dämpfung des Primärkreises noch in der Weise Rechnung tragen, dass man für $x = l$ setzt

$$V = A e^{-\alpha t} \cos \nu t,$$

so ändert das an dem Resultate nur, dass

$$\operatorname{tg} \nu \tau \cdot e^{-\frac{\alpha}{\nu} \cdot \frac{\pi}{2}} = \operatorname{tg} \alpha l \cdot \frac{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}{e^{\beta l} + e^{-\beta l}},$$

$$A e^{-2\alpha \tau} \left\{ \cos^2 \nu \tau + e^{-2\frac{\alpha}{\nu} \cdot \frac{\pi}{2}} \sin^2 \nu \tau \right\} = M^2 \{ e^{2\beta l} + e^{-2\beta l} + 2 \cos 2 \alpha l \}$$

wird.

Wenn α/ν eine kleine Zahl ist, so wird daher nahezu

$$A \cdot e^{-\alpha \tau} = M \sqrt{e^{2\beta l} + e^{-2\beta l} + 2 \cos 2 \alpha l}.$$

Wie weit diese Gleichungen die Vorgänge quantitativ darstellen und ob sich aus dem beobachteten Gange der Function V die Dämpfungsconstante β genau genug ermitteln

1) Eine Discussion dieser Gleichung vgl. G. Seibt, Elektrotechn. Zeitschr. 22. p. 580. 1901.

2) Vgl. V. Bjerknes, Wied. Ann. 44. p. 74. 1891.

lässt, um einen Schluss auf die Energiestrahlung zu gestatten, soll durch anderweitige Versuche festgestellt werden. Ich will hier nur bemerken, dass sich, wie ich früher schon vermutungsweise aussprach¹⁾, die Lecher'schen Versuche (ohne Brücken) thatsächlich in vorzüglicher Weise darstellen lassen.

4. Es sollen zunächst einige Angaben für den einfachsten Fall gemacht werden. Der Schwingungskreis enthielt zwei Flaschen von im Mittel 1800 cm Capacität und einen Schliessungsbogen von 40 cm Durchmesser aus 8 mm dickem Messingdraht (Selbstinduction gleich 1000 cm). Die hieraus berechnete ganze Schwingungszahl ist $5 \cdot 10^6$; einer Wellenlänge von rund 60 m entsprechend. Die angesetzten Drähte AA' und BB' ergaben thatsächlich bei einer Länge von etwa 15 m Resonanz, einer Viertelwellenlänge entsprechend.

Diese Uebereinstimmung ist überraschend, weil nicht alle Teile des Schliessungsbogens in Rechnung gesetzt werden können.²⁾ Der innere Schliessungsbogen des Flaschenkreises hat selbstverständlich auch Selbstinduction, und auch längs der Flaschenbelegungen findet noch Strömung statt, sie müssen also auch noch zum Selbstinductionscoefficienten beitragen. Man erkennt dies, wenn man einen an isolirender Handhabe gehaltenen Draht mit seinem einen Ende an den unteren Teil des Flaschenbelages anlegt und das andere Drahtende dem oberen Teile der Belegung nähert. Es springen dann Fünkchen zu ihm über, obschon die aufgeklebte Stanniolbelegung nochmals mit einem etwa 1 mm dicken Zinkblech innen und aussen bekleidet war.

Die folgende Tabelle soll erläutern, wie die Erregung der offenen Strombahnen von der Lage der Punkte A und B auf dem Schwingungskreise abhängt (Fig. 2). Die Drähte AA' und BB' waren zunächst vom Schliessungsbogen, welcher in einer Horizontalebene lag, vertical etwa 1 m hochgeführt, um Inductionswirkungen auf dieselben möglichst zu vermeiden. Etwa 3 m vom Punkte A entfernt war ein Riess'sches Thermometer eingesetzt. Die Enden der Drähte führten zu einer Funkenstrecke. Während seiner Ablesung spielt die Funkenstrecke am Ende (zwischen A' und B') nicht.

1) F. Braun, Phys. Zeitschr. 3. p. 146. 1901.

2) Vgl. übrigens § 9.

Abgezweigt vom	Thermometer- angabe	Funkenlänge A' B' am Ende
Punkt 0 und 8	81,5	30 mm
" 1 " 7	80,5	28
" 2 " 6	80,0	22,5
" 3 " 5	50,0	12,5
" 4a " 4b	0	1

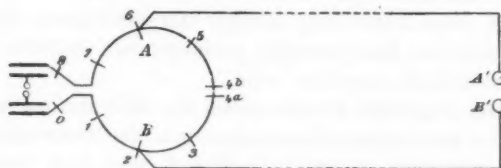


Fig. 2.

Die Bedeutung der Thermometerangaben ist je nach den Versuchsbedingungen verschieden. Angenommen, es habe den Widerstand w und sei in einem von 0 bis zum Werte i_0 ansteigenden, gedämpften Sinusstrom eingeschaltet, so misst es

$$i_0^2 \omega \int_0^\infty \sin^2 2\pi n t \cdot e^{-2\alpha t} dt = i_0^2 w \cdot \frac{1}{4\alpha \left\{ 1 + \left(\frac{\alpha}{2\pi n} \right)^2 \right\}}$$

und giebt eine damit proportionale Anzeige.

Dabei ist

$$w = w_0 \pi a \sqrt{\frac{n\mu}{\sigma}},$$

wo w_0 den Widerstand für constanten Strom, a den Radius des Drahtes, μ die magnetische Permeabilität, σ den specifischen Widerstand in elektromagnetischem Maasse bedeutet.

Bezüglich der Handhabung der äusserst bequemen Thermometer¹⁾ sei darauf hingewiesen, dass dieselben nur an Stellen mit nicht zu hohen Spannungen gebraucht werden dürfen. Es treten sonst thermische (vielleicht auch chemische) Volumenänderungen ein infolge der Potentialdifferenz zwischen Draht und Hülle. Ihr Vorhandensein erkennt man leicht daran, dass der Stand der Flüssigkeit sich bei Annähern der Hand an die Gefässwand ändert.

1) Ihre Form betr. vgl. F. Braun, Drahtlose Telegraphie, p. 64. Veit & Comp. Leipzig 1901.

Der streng symmetrischen Anordnung ähnlich verhält sich diejenige, wo rechts z. B. $\lambda/4$, links $3\lambda/4$ angehängt werden. Der Nullpunkt der Spannung im Schliessungsbogen rückt dann nach dem kürzeren Ansatzdrahte hin. Die Endspannungen bilden sich auf den beiden Ansätzen merklich sehr stark aus. Strommessungen habe ich nicht angestellt; sollte in beiden Ansätzen in der Nähe des Flaschenkreises der Strom der gleiche sein, wie man nach dem Verlauf der Spannungen erwarten darf, so genügt diese Anordnung offenbar der Bedingung, dass dem dreimal stärkere Energiezufuhr verlangenden längeren Drahte diese thatsächlich zugeführt wird.

5. Die folgenden Zahlen geben ein Bild davon, wie sich die Stärke der Drahtschwingungen mit der Schwingungszahl des Erregerkreises ändert. In Fig. 3 sind β_1 , β_2 und α_1 , α_2

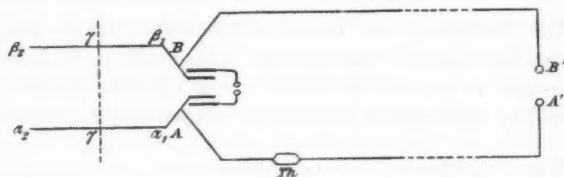


Fig. 3.

zwei 3 mm dicke Kupferdrähte, 43 cm voneinander entfernt; γ_1 , γ_2 ist ein ebenso dicker verschiebbarer Kupferdraht. Ist $\gamma\beta_1 = 18$ cm, so ist offenbar Resonanz vorhanden.

Bügel $\gamma\gamma$ auf	Thermo- meterangabe	Endschlag- weite
4 \times 18 cm	64	21,5
3 \times 18	65	22,5
2 \times 18	68	26
1 \times 18	82	28
$1/2 \times 18$	79	ca. 28

6. Wie sich die Stromrichtungen in den Ansatzdrähten zu einander verhalten, lässt sich ermitteln, indem man in jeden (Fig. 4) einige Windungen gut isolirten Kautschukdraht legt und diese auf je eine andere kleine Spule induciren lässt. Die Enden der beiden Secundärspulen sind einerseits mit-

einander verbunden, führen andererseits zu einer Funkenstrecke F_1 . Auf diese Weise wurden die angegebenen Stromrichtungen direct experimentell festgestellt. Vollständige Funkenlosigkeit bei gegeneinander geschalteten Spulen wird

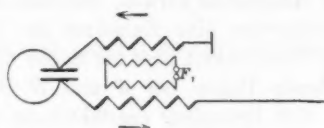


Fig. 4.

man selten erreichen; es tritt auch durch die Koppelung eine kleine Störung der ursprünglichen Verhältnisse ein; die Differenzen je nach der Schaltung sind aber so stark ausgesprochen, dass ein Zweifel über die relativen Stromrichtungen nicht bestehen bleibt.

7. Ueber die Verzweigung zwischen quasi- und nicht quasistationärer Strömung. Es ist schon oft darauf hingewiesen worden, dass quasistationäre Strömung nicht mehr möglich ist, sobald die Längen der Drähte vergleichbar werden mit der Wellenlänge. In offenen Schwingungsbahnen, wie sie durch Hertz'sche Platten und einen verbindenden Draht hergestellt sind, wird in dem Maasse, wie die Capacität der Platten abnimmt, der Strom mehr und mehr vom quasistationären Zustande abweichen und mit Verschwinden der Endcapacitäten Schwingungszahl und Stromverteilung lediglich durch die Länge ($= \lambda/2$) bestimmt sein. Sei N die zugehörige Schwingungszahl, so ist klar, dass umgekehrt ein solcher Draht, wenn nun Capacität in ihn eingeführt würde, nicht mehr als quasistationäre Schwingung die mit der Zahl N haben kann.

Ströme, welche überall quasistationär sind, verteilen sich bei hinreichend hoher Wechselzahl (und kleinen Widerständen) nach dem umgekehrten Verhältnis der Selbstinductionen, wenn gegenseitige Induction ausgeschlossen ist. Wird die Länge eines Zweiges vergleichbar mit der Wellenlänge, so verliert der Begriff der Selbstinduction in der üblichen Definition für den Stromzweig als Ganzes überhaupt seine Berechtigung. Es treten dann oft Erscheinungen ein, welche für den Augenblick überraschend erscheinen.

Es sei hier ein Beispiel angeführt. Wird der Bogen $AA'B'B$ (etwa von Fig. 3), welcher jederseits $\lambda/4$ enthält, bei $A'B'$ metallisch geschlossen, so fällt die durch das Thermometer Th angezeigte Stromstärke; es zieht sich der Strom scheinbar in den Hauptkreis zurück, während man nach Maassgabe der Selbstinduction eine Zunahme im Nebenschluss erwarten sollte. In Wirklichkeit liegt die Sache folgendermaassen: Während im offenen Bogen bei A' und B' Spannungsbäuche sich befanden, entsteht jetzt dort ein Knoten und es bildet sich eine halbe Welle, deren Bäuche an den Flaschenbelegungen sich befinden. Das Maximum der Stromstärke fällt jetzt nach $A'B'$.

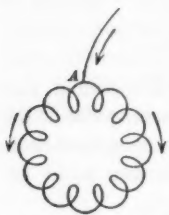


Fig. 5.

Allerdings sollte nun auch eine langsamere, durch Capacität des Condensators und ganze Selbstinduction des Bogens $AA'B'B$ bestimmte quasistationäre Schwingung einsetzen.

In ähnlicher Weise müssen auch in sich geschlossene Drahtspulen (Fig. 5), welche an eine Strombahn angelegt werden, als eine Stromgabelung bei A aufgefasst werden.

8. Ersatz von Drahtlängen durch Capacitäten. Man kann versuchen, die Strömungsbedingungen auch in anderer Weise zu erfüllen; es bleibe der Einfachheit halber auf der einen Seite AA' eine offene Strombahn von $\lambda/4$. Gelingt es, auf der anderen Seite im Punkte B jederzeit den früheren Wert $i_2 = i_1$ herzustellen, so bleibt auf dem Flaschenkreise alles ungeändert. Eine Möglichkeit ist die folgende: Man schneide die ausgebildet gedachte Welle an einer Stelle x_1 , die gerechnet sei vom Strombauch an, durch eine Capacität γ_1 ab, welche der Bedingung genügt, die Welle dort nicht zu ändern; bezeichnet j_1 und V_1 bez. Strom und Spannung an der Stelle x_1 in der Welle, so hat man zu erfüllen:

$$(1) \quad j_1 = i_0 \cos 2\pi \frac{x_1}{\lambda} \sin 2\pi n t = \gamma_1 \frac{\partial V_1}{\partial t},$$

$$(2) \quad V_1 = V_0 \sin 2\pi \frac{x_1}{\lambda} \cos 2\pi n t.$$

Aus der Beziehung

$$(3) \quad -\frac{\partial j}{\partial x} = c \frac{\partial V}{\partial t},$$

wo c die Capacität der Längeneinheit bezeichnet, folgt

$$V_0 = -\frac{i_0}{c \cdot n \lambda},$$

und somit ergibt sich aus (1) und (2) zur Bestimmung von γ_1 die Beziehung

$$(4) \quad \operatorname{tg} 2\pi \cdot \frac{x_1}{\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{c}{\gamma_1}.$$

Eine derart eingefügte Platte verhält sich dann, optisch gesprochen, als ob sie eine Phasendifferenz bei der Reflexion hervorrufe.

Die Capacität lässt sich auch anderen Bedingungen entsprechend ermitteln; die Gleichungen ergeben einen bestimmten Wert für γ_1 auch dann, wenn man z. B. verlangt, dass der Strom seinen Wert an der Stelle x_1 beibehält, die Spannung aber den Maximalwert annimmt, den sie am offenen Ende von $\lambda/4$ besitzt. Der Strom muss dann aber nach einem anderen Gesetze sich auf der Bahn verteilen, als in der frei ausgebildeten Welle. — Der Versuch zeigt, dass man auf einer eine Welle abschneidenden Platte thatsächlich nahezu den Maximalwert der Spannung erreichen kann. Die Annahme der Rechnung, dass die Platte nur als Capacität wirke, wird jedenfalls nur annähernd zulässig sein.

Die Thatsache selber ist aber insofern wichtig, als sie gestattet, am Ende einer kürzeren (als $\lambda/4$) offenen Strombahn grosse Spannungsdifferenzen zu erzeugen und gleichzeitig an derselben Stelle, sobald sich die offenen Bahnen daselbst schliessen (wie es der Fall ist bei einem dort eingeschalteten Cöhörer), eine relativ grosse Stromstärke zu erzielen.

9. *Erdleitungen.* Aehnlich wie die Platten wird eine „Erdung“ wirken. Ich habe schon wiederholt darauf hingewiesen und auch jetzt wieder bestätigt gefunden, dass dies im allgemeinen eine schlecht definirte Anordnung ist. Je nach Grösse der Erdplatten, besserer oder schlechterer Leitfähigkeit des Erdreiches, wird sie ganz verschieden wirken. Wie der „Erdungspunkt“ definirt werden soll, finde ich auch nirgends angegeben. Bei dieser Unbestimmtheit der Verhält-

nisse ist es zwecklos, Versuchsergebnisse anzuführen, welche von diesen speciellen Bedingungen abhängig sind. Ich erwähne daher nur allgemeines:

1. Ob eine Erdung im stande ist, im Senderdraht eine grössere Stromstärke zu erzeugen, als ein Symmetriedraht (mit oder ohne von Erde isolirter Platte), also dafür einen Zweck hat, lasse ich dahingestellt; mir ist es nicht gelungen, während ich sehr oft und in stark ausgesprochener Weise das Gegenteil beobachtet habe.

2. Hr. Slaby¹⁾ hat einen Schwingungskreis für drahtlose Telegraphie angegeben, welcher durch *doppelte* Erdung offen-

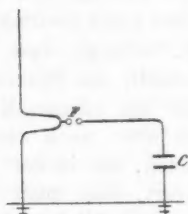


Fig. 6a.

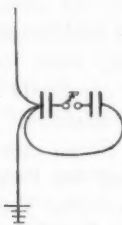


Fig. 6b.

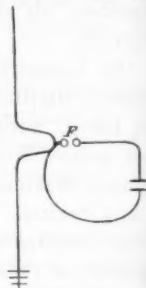


Fig. 6c.

bar eine besondere Wirkung bekommen soll. Er sagt (vgl. Fig. 6 a) vom Sender: „Eine Schlinge dieses Drahtes wird bei *F* durch ein Inductorium mit Funkenstrom gespeist. Um dies zu ermöglichen, ist der andere Pol der Funkenstrecke durch einen abgestimmten Condensator (soll wohl heissen abgestimmten Condensatorkreis) an Erde gelegt. Aehnlich wie das angeschlagene Eisenband des früheren Versuches wird der Draht hier durch elektrische Funken angestossen und gerät in Schwingungen, deren Wellenlänge der vierfachen Drahtlänge entspricht.“

a) Die Annahme, dass bei dieser Anordnung auf dem Draht nur dessen Eigenschwingung vorhanden sei²⁾, trifft nicht zu. Vielmehr beobachtet man immer in demselben — selbst-

1) A. Slaby, Funkentelegraphie 2. Aufl. p. 114. 1891.

2) Vgl. auch die Bemerkung von A. Slaby in Elektrotechn. Zeitschr. 23. p. 165. 1902, wonach jede elektrische Erschütterung einen Leiter in die Eigenschwingungen versetzen soll.

redend neben der Eigenschwingung — in stark ausgesprochener Weise die Schwingung des Condensatorkreises. Hr. Dr. Zenneck hat dies constatirt, indem er ein Stück des Ansatzdrahtes zu einem Kreise bog, den er unter den nötigen Vorsichtsmaassregeln inductiv auf einen variirbaren Resonanzflaschenkreis wirken liess und aus der Resonanz auf die Schwingungszahl schloss. Er constatirte dabei das beachtenswerte Resultat, dass durch die Ansatzdrähte die Schwingungszahl des Flaschenkreises geändert und zwar vertieft wurde, besonders stark, sobald zwischen Flaschenkreis und Ansatzdrähten Resonanz vorhanden ist. Stets aber war die dann im Flaschenkreis beobachtete Schwingung auch auf den Drähten kräftig ausgebildet, obwohl deren Länge zwischen 5 und 25 m variirt wurde, während bei 15 m Resonanz vorhanden war.

b) Wäre die citirte Auffassung über die Erregung des Senders durch die Funkenstösse richtig, so müsste der Sender auch noch ebenso schwingen, wenn man die Slaby'sche Anordnung Fig. 6 a in Fig. 6 b oder Fig. 6 c verwandelte. Im Gegensatz zu dieser Forderung hören aber die Schwingungen auf dem Drahte praktisch auf. Es fällt beispielsweise die Funkenlänge am Ende des Drahtes von 10 mm auf 1 mm, die Wärmewirkung von 90 und darüber auf 5. Soll die Slaby'sche Anordnung wirksam sein, so muss also zwischen dem Punkte, an welchem der Sender anliegt und dem Punkt, welcher zur Erde führt, ein Teil des Condensatorkreises liegen. Diesem Stück (vgl. Fig. 7) kommt eine andere Rolle zu, als einem Stück Senderdraht. Je grösser es ist, desto besser ist die Wirkung, sie wird also am besten, wenn die Anordnung identisch wird mit der oben geschilderten. Die doppelte Erdung verleiht der Slaby'schen Schaltung ein anderes Aussehen. Dass dieses aber nicht wesentlich ist oder besonders gute Wirksamkeit herbeiführt, darf wohl daraus geschlossen werden, dass in praxi dieselbe neuerdings auch gar nicht mehr verwendet wird, sondern durch eine einfache Erdung ersetzt ist.

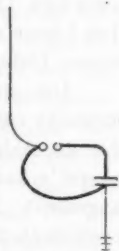


Fig. 7.

Strassburg i./Els., Physik. Institut.

(Eingegangen 20. März 1902.)

11. Ueber die Absorption elektrischer Schwingungen in Flüssigkeiten; von Karl Wildermuth.

(Aus der Tübinger Dissertation.)

1. Einleitung.

Ueber die Absorption elektrischer Wellen in Flüssigkeiten liegen bis jetzt nach zwei Richtungen Untersuchungen vor:

Die „normale Absorption“ in Elektrolyten, für deren Grösse sich bekanntlich nach der Maxwell'schen Theorie ein theoretischer Wert angeben lässt, wurde experimentell verfolgt von P. Zeeman¹⁾ und A. Eichenwald.²⁾

Zeemann findet, dass für Wellen von 11 m und 6,6 m Länge die Absorption unabhängig ist von der Natur des gelösten Salzes, dagegen weichen die von ihm beobachteten Absorptionscoefficienten mitunter um mehr als 30 Proc. von den theoretisch berechneten ab.

Eichenwald benützt die Zeeman'sche Methode. Bei Wellen von 5,5 m Länge kann er eine völlige Uebereinstimmung zwischen Theorie und Experiment constatiren, bei Wellen von 1 m Länge scheinen, wohl infolge der schwierigeren Beobachtung, kleine Differenzen aufgetreten zu sein.

Die „anomale elektrische Absorption“ bei Isolatoren wurde entdeckt von P. Drude³⁾, welcher auch ihren Zusammenhang mit der anomalen Dispersion des elektrischen Brechungsexponenten zuerst erkannte. Directe Messungen wurden jedoch noch nicht angestellt. Drude⁴⁾ giebt zwar Zahlenwerte für die Absorptionscoefficienten einer grossen Reihe von Substanzen an, aber er gelangt zu denselben nur auf indirectem Wege: Er schliesst aus der gleichen Intensität des Aufleuchtens einer Vacuumröhre, wenn erst die zu untersuchende Substanz und dann

1) P. Zeeman, Beibl. 20. p. 562. 1896; 21. p. 51. 1897.

2) A. Eichenwald, Wied. Ann. 62. p. 571. 1897; Strassburger Dissert. 1897.

3) P. Drude, Wied. Ann. 58. p. 1. 1896.

4) P. Drude, Zeitschr. f. phys. Chemie 23. p. 267. 1897.

ein Elektrolyt eingefüllt wird, auf Gleichheit der Absorptionscoefficienten und setzt voraus, dass der Absorptionscoefficient des Elektrolyten eben der theoretisch berechnete sei.

Es erschien daher wünschenswert, die Eichenwald'schen Versuche auch auf kürzere Wellen auszudehnen, sowie überhaupt eine Methode auszuarbeiten, welche die directe Messung der Absorptionscoefficienten von schlecht- und besserleitenden Flüssigkeiten gestattet.

2. Theorie der Messmethode.

Weil es sich um quantitative Messungen handelte, so konnte als Beobachtungsinstrument bloss ein Elektrometer oder ein Galvanometer in Verbindung mit einem Bolometer oder Thermoelement in Betracht kommen, also ein Instrument, dessen Ausschlag eine Summenwirkung der Quadrate sämtlicher auftretenden Potentiale bez. Stromintensitäten ist.¹⁾

Man dachte nun zuerst an eine Versuchsanordnung ähnlich der Zeeman'schen, bei der man also die Energie der Schwingungen mittels Bolometerflaschen aufgenommen hätte; aber alle diesbezüglichen Versuche scheiterten daran, dass immer an der Stelle, wo die Zuleitungsdrähte zum Messinstrument die Flüssigkeitsoberfläche durchsetzten, Interferenzen auftraten, welche sich nicht wie es Eichenwald²⁾ gethan hat, dadurch vermeiden liessen, dass man die Drähte in Metallröhren einschloss, weil in diesem Fall bei der Kürze der benutzten Wellen neue Störungen in das System hereinkamen. Man verzichtete daher ganz auf solche Zuleitungsdrähte und setzte das Instrument direct an die die Flüssigkeit durchsetzenden Lecher'schen Paralleldrähte an³⁾, und zwar unmittelbar an das hintere Flüssigkeitsende oder, was für die Berechnung gleichgültig⁴⁾, für den Versuch aber praktischer war, unter Einschalten eines Drahtsystems, das länger ist als ein halber Wellenzug. So kam man schliesslich auf folgenden einfachen Fall, der in vollkommener Analogie steht zu der Erscheinung der „Farben dünner Blättchen“:

1) V. Bjerknes, Wied. Ann. 55. p. 121. 1895.

2) A. Eichenwald, l. c.

3) E. Cohn und P. Zeemann, Wied. Ann. 57. p. 15. 1896.

4) V. Bjerknes, Wied. Ann. 44. p. 513. 1891.

Zwei Paralleldrähte durchsetzen einen verticalen Glas-cylinder, welcher mit der zu untersuchenden Flüssigkeit beschickt werden kann. Am Anfang des Cylinders, bei $z=0$, sei eine Brücke B_1 über die Drähte gelegt, ebenso am jeweiligen Flüssigkeitsende, bei $z=p\lambda$, eine zweite Brücke B_2 . Ueber B_1 kommt ein zeitlich und räumlich gedämpfter Wellenzug (Wellenlänge λ) in das System herein und geht über B_2 theils unmittelbar, theils erst nach mehrmaliger Reflexion zwischen B_1 und B_2 zum Messinstrument.

Die Aufgabe ist nun, die Grösse des Galvanometerausschlages als eine Function der Constanten des Wellenzuges und des durch B_1 und B_2 abgegrenzten Systems darzustellen; dies hat, nachdem Bjerknes¹⁾, Drude²⁾ und andere die Rechnung für ähnliche Fälle schon durchgeführt haben, keine Schwierigkeiten.

Bedeutet $2\pi\gamma$ die zeitliche, $2\pi k$ die räumliche Dämpfung, so können wir, wenn zur Abkürzung gesetzt wird

$$\alpha = 2\pi(-\gamma + \sqrt{-1}),$$

$$\beta = 2\pi(-\gamma + k + \sqrt{-1}),$$

den einfallenden Wellenzug in der Form annehmen²⁾

$$V = e^{\alpha \frac{t}{T} - \beta \frac{x}{\lambda}}.$$

Versteht man ferner unter d den Durchgangsfactor, unter r den Reflexionsfactor an der Brücke B_1 , unter ϱ den Reflexionsfactor an der Brücke B_2 , so ist während des Zeitraumes

$$(2n-1)pT < t < (2n+1)pT$$

das Potential unmittelbar hinter B_2 dargestellt durch

$$V = \sum_{i=1}^n V_i, \quad \text{wobei} \quad V_i = d(r\varrho)^{i-1} \cdot e^{\alpha \frac{t}{T} - (2i-1)\beta p}$$

ist. Hieraus erhält man für den Galvanometerausschlag a den Ausdruck

$$a = K \sum_{n=1}^{\infty} \int_{(2n-1)pT}^{(2n+1)pT} \left[\sum_{i=1}^n V_i \right]^2 dt.$$

1) V. Bjerknes, Wied. Ann. 44. p. 513. 1891.

2) P. Drude, Wied. Ann. 60. p. 1. 1897.

Die Ausrechnung ergibt schliesslich, wenn man das Reelle vom Imaginären dadurch trennt, dass man p bloss Werte annehmen lässt, welche ganzzahlige Vielfache von $\lambda/4$ sind, die Formel:

$$(1) \ a = K_1 e^{-4\pi k p} \cdot \frac{1 + r q \cos 4\pi p e^{-4\pi(\gamma+k)p}}{[1 - r q \cos 4\pi p e^{-4\pi(\gamma+k)p}][1 - r^2 q^2 e^{-8\pi k p}]}.$$

Aus dieser Formel erkennt man ohne weiteres, dass man eine wellenförmige Curve erhalten muss, wenn man die Schichtdicken (die p) etwa als Abscissen und die zugehörigen Ausschläge (a) als Ordinaten in Coordinatenpapier einträgt, dass aber mit grösser werdendem p die Unterschiede zwischen Maximum und Minimum immer geringer werden und schliesslich ganz verschwinden, sobald der Ausdruck $e^{-4\pi(\gamma+k)p}$ so klein geworden ist, dass er gegenüber 1 wegfällt. Diese Grenze konnte man bei der vorliegenden Untersuchung stets erreichen, sei es nun, dass auch bei kleinem k γp grosse Werte annahm (bei Flüssigkeiten mit nicht zu kleiner Dielektricitätsconstanten), oder schon bei kleinem p ($\gamma + k$) p gross wurde (bei absorbirenden Flüssigkeiten).

Im ersten Fall reducirt sich die Formel (1) auf

$$(2) \quad a = K_1 \frac{e^{-4\pi k p}}{1 - r^2 q^2 e^{-8\pi k p}},$$

im zweiten, wo auch $r^2 q^2 e^{-8\pi k p}$ vernachlässigt werden darf, auf

$$(3) \quad a = K_1 \cdot e^{-4\pi k p}.$$

Wenn man also diese vereinfachten Formeln anwenden will, so hat man die Flüssigkeitssäule so hoch zu machen, dass bei weiterem Zuschütten nur noch eine continuirliche Abnahme der Ausschläge eintritt, und aus dieser Abnahme ist der Absorptionscoefficient zu berechnen. Für den Uebergang von Formel (1) in Formel (2) giebt die nachfolgende Fig. 3, für den Uebergang von (1) in (3) die Fig. 4 und für Formel (3) die Fig. 5 je ein Beispiel.

Bei Beobachtungen in Luft ist es, wenigstens bei nicht zu grossem p , gestattet, die räumliche Dämpfung zu vernach-

lässigen¹⁾, sodass man nach (1) mit $k = 0$ die zeitliche Dämpfung der benutzten Wellen finden kann.

3. Versuchsanordnung.

Es wurde mit Wellen von 63 cm und 22,2 cm Länge gearbeitet. Als Erreger benutzte man Kugeln von 8 bez. 2,8 cm Durchmesser, welche von oben in eine Petroleumschale eintauchten. Die Entladungen lieferte ein mittleres Inductorium von Kaiser u. Schmid, das mit vier Accumulatoren gespeist wurde. Die Funkenstrecke liess sich bei den grossen Kugeln leicht durch Klopfen an den Aufhängebrettchen reguliren, während bei den kleinen zur feineren Einstellung eine Hartgummischraube verwendet wurde. Ein Putzen der Kugeln war erst dann nötig, wenn nach wochenlangem Gebrauch allmählich der ganze Umfang der Kugeln für die Funkenstrecke benutzt worden war. In einem Abstand von 7 cm (bei den langen Wellen) bez. 2 cm (bei den kurzen) über den Kugeln war ein grosses Metallblech horizontal angebracht, aus welchem ein 29 cm langer und 6 mm breiter (bez. 11 cm lang und 5 mm breit) Spalt senkrecht zur Funkenstrecke ausgeschnitten war. Ueber der Mitte des Spaltes, mindestens 5 mm vom Spaltblech entfernt, standen die unten 5 mm nach aussen umgebogenen, 1 mm dicken, verticalen Empfängerdrähte so, dass ihre Verbindungsebene senkrecht zur Längsrichtung des Spaltes war. Sie hatten einen gegenseitigen Abstand von 8 mm, waren 14 bez. 5 cm vom Anfang (je inclusive Umbiegung) durch einen Metallbügel überbrückt und durchsetzten dann einen 45 cm hohen verticalen Glascylinder von 6,5 cm Durchmesser, welcher oben und unten Hartgummiböden hatte. An der Stelle, wo der Bügel auf den Drähten aufsass, waren zwei feine Schraubengewinde über dieselben gelötet, sodass man sie, da sie durch zwei gleichfalls übergelötete kleine Röhrchen am Hindurchtreten durch den oberen Halter verhindert wurden, auch innerhalb des Cylinders straff anspannen konnte. Diese Röhrchen gestatteten gleichzeitig ein bequemes Abnehmen des Troges von den nun folgenden 12 m langen Paralleldrähten,

1) P. Drude, Abhandl. d. math.-phys. Klasse d. Kgl. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. 23. p. 63. 1897.

welche in einem Klemenčič'schen Thermoelement endigten. Die beistehende Fig. 1 zeigt den ganzen Aufbau in schematischer Weise.

Das Thermoelement bestand aus einem Eisendraht und einem Constantendraht von je $\frac{1}{40}$ mm Durchmesser. Bei seiner

Herstellung schraubte man zunächst vier je 1 cm lange und 1 mm dicke Drahtstücke auf einer Hartgummiplatte fest (vgl. untenstehende Fig. 2). Die Stücke 1 und 2 waren mit ihren äusseren Enden nach oben umgebogen, sodass dieselben einen Abstand hatten, welcher gleich dem der Paralleldrähte war, die äusseren Enden von 3 und 4 standen mit

einem Galvanometer in Verbindung. An 1 und 3 war der Eisen-, an 2 und 4 der Constantendraht so angelötet, dass beide in der Mitte eine Schleife bildeten, welche des sicheren Contactes halber verlötet wurde. Das Ganze war durch eine aufgekittete Hartgummiplatte, durch welche die umgebogenen Enden 1 und 2 hindurchgingen, gegen Beschädigungen und Luftströmungen geschützt und ausserdem noch in einem mit Watte gefüllten Holzkasten verpackt.

Das benutzte Galvanometer war ein Rubens'sches mit leichtem Magnetsystem, welches vor dem Gebrauch möglichst in sich astasirt und an einem sehr dünnen Quarzfaden auf-

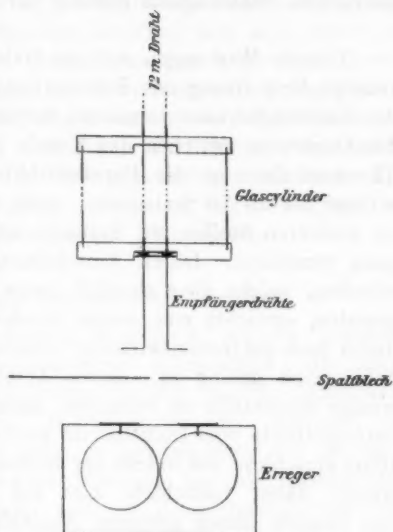


Fig. 1. $\frac{1}{3}$ nat. Gr.

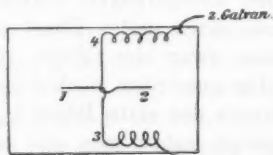


Fig. 2. $\frac{2}{3}$ nat. Gr.

gehängt worden war. Die Empfindlichkeit konnte durch Heben und Senken eines etwa 60 cm unter dem Galvanometer angebrachten Stabmagnets beliebig variirt werden.

Directe Wirkungen auf das Galvanometer konnten durch richtige Orientirung des Inductoriums und Umeinanderwickeln der Zuleitungsdrähte vermieden werden. Sobald man aber die Funkenstrecke zwischen den Kugeln in Gang brachte und das Thermoelement an die Paralleldrähte ansetzte, gab es Ausschläge bis zu 70 Scalenteile, auch wenn man diese Drähte an mehreren Stellen mit Stanniol umwickelte oder den Spalt ganz verschloss. Durch Einschaltung von Zuleitungsfunkstrecken, welche aber ziemlich gross sein und in Luft liegen mussten, erreichte man einige Abschwächung, doch wurde dadurch auch die Gesamtwirkung vermindert und unregelmässiger. Schliesslich gelang es, diesen Ausschlag auch dadurch auf wenige Scalenteile zu reduciren, dass man den einen der Zuleitungsdrähte vom Inductorium nach den Kugeln in eine Glasröhre einschloss, um welche der andere Draht herumgeschlungen wurde; daher verzichtete man auf Zuleitungsfunkstrecken und brachte diesen geringen Ausschlag jedesmal in Abzug.

Auf die Herstellung vollständig reiner Wellen wurde natürlich die grösste Sorgfalt verwendet. Nach vielen Bemühungen mit den verschiedensten Erregern gelangte man schliesslich bei den Kugeln auf folgende Weise ans Ziel:

Der Glaszylinder wurde entfernt und die Secundärdrähte den Erregerkugeln direct gegenübergestellt. Verschob man nun einen ersten Bügel auf den Paralleldrähten, so konnte man zwar eine Welle von bestimmter Länge wahrnehmen, aber ausserdem noch Andeutungen von anderen Wellen. Jetzt wurde der erste Bügel $\frac{1}{4}$ Wellenlänge vom Drahtanfang festgelegt, sodass man also einen Maximalausschlag des Galvanometers erhielt, und ein zweiter Bügel verschoben. Dadurch verschwanden verschiedene Unregelmässigkeiten, und Ausschläge zeigten einen Gang, wie er nach Formel (1) zu erwarten war, doch war jetzt die Intensität überhaupt viel geringer. Suchte man diese durch Annäherung der Empfängerdrähte an die Erregerdrähte wieder zu steigern, so stellten sich infolge der Rückwirkung des Secundärleiters auf den Primärleiter sofort

zwei Wellen ein; dagegen erhielt man eine Steigerung der Intensität auf mehr als das Doppelte durch Zwischenschalten des Spaltbleches, wenn nur die Spaltlänge richtig abgeglichen war. Mittels des Spaltbleches erreichte man also ausser der Abblendung schädlicher Nebenwirkungen noch den Vorteil, dass man die „Koppelung“ beider Systeme weit genug machen konnte, ohne an Intensität etwas einzubüssen. Durch passende Wahl der Spaltlängen, der durch den ersten Bügel abgegrenzten Drahtstücke und der gegenseitigen Abstände kam man schliesslich auf Wellen, welche an Regelmässigkeit und Reinheit nichts mehr zu wünschen übrig liessen.

4. Bestimmung der zeitlichen Dämpfung.

Um darüber entscheiden zu können, ob die gewählten Drahtlängen den Voraussetzungen entsprachen oder nicht, musste man eine untere Grenze für die zeitliche Dämpfungsconstante $2\pi\gamma$ kennen. Hierzu nahm man zunächst eine ganze Curve auf, indem man den zweiten Bügel von cm zu cm verschob, dann wurden seine Maximal- bez. Minimalstellungen möglichst scharf bestimmt und die Beobachtungen auf diese Lagen allein beschränkt. Wir führen als Beispiel ein Ergebnis bei den kurzen Wellen an. Die erste Zeile enthält die Abstände des zweiten Bügels vom ersten in Wellenlängen, die zweite die zugehörigen Ausschläge:

$p = \frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$
$a = 165$	18	148	22	138	27	130	31	123

Aus den Maximalausschlägen wurde nach Formel (1) mittels der Methode der kleinsten Quadrate für $2\pi\gamma$ ein Wert $> 0,3$ gefunden. Den zur Berechnung notwendigen Näherungswert für γ hatte man sich durch Versuche mittels der Bjerknes'schen Anordnung¹⁾ verschafft, ebenso einen solchen für $(r\rho)$. Für die grossen Kugeln erhielt man in derselben Weise einen Wert von derselben Grössenordnung; ohne weiteres folgt, dass das Drahtsystem sogar bei den grossen Wellen noch hätte verkürzt werden dürfen, da in demselben über 30 Wellen Platz haben.

1) V. Bjerknes, l. c.

5. Untersuchung von Flüssigkeiten.

a) Allgemeines.

Anfangs wurde im Gefäss stets ein Bügel auf das obere Flüssigkeitsende eingestellt und die Flüssigkeitshöhe auf einer aufgeklebten Scala abgelesen; weil sich hierbei jedoch eine entsprechende Genauigkeit nur schwer erreichen liess und man auch keine Garantie dafür hatte, dass der Bügel immer dieselbe Lage gegenüber der Flüssigkeit einnahm, so wurde derselbe in der Folge ganz weggelassen und die Höhe aus der Anzahl der eingefüllten Cubikcentimeter berechnet, nachdem man den Cylinder calibriert hatte ($100 \text{ ccm} = 3,28 \text{ cm}$). Für die Bestimmung des Absorptionscoefficienten war diese Anordnung nicht bloss bequemer, sondern auch vorteilhafter, weil der durchgehende Wellenzug sehr viel intensiver wurde. Zur Ausbildung der zu der Bestimmung des Brechungsexponenten notwendigen Interferenzen genügte die Reflexion am freien Flüssigkeitsende vollkommen. Nur betreffs der aufgenommenen Curven ist zu bemerken, dass sich die Maxima mit den Minima vertauschten, weil jetzt r und ρ in Formel (1) entgegengesetzte Vorzeichen hatten.

Die Berechnung der theoretischen Absorptionscoefficienten der Elektrolyten (vgl. Einleitung) und bei stärker absorbirenden, ihrer Brechungsexponenten, geschah nach den Formeln:¹⁾

$$k = \frac{2s}{1 + \sqrt{1 + 4s^2}},$$

$$n = \sqrt{E} \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + 2s^2}}{2}}, \text{ wobei } s = \frac{\sigma \cdot c \lambda}{E},$$

wenn man unter E die Dielektricitätsconstante, welche bei den Elektrolyten zu 81 angenommen wurde, unter σ die Leitfähigkeit in absolutem elektromagnetischen Maasse, unter c den Factor $3 \cdot 10^{10}$ und unter λ die angewandte Wellenlänge versteht.

Zur Illustration der Versuche im einzelnen geben wir die Resultate bei einer gar nicht absorbirenden, bei einer wenig absorbirenden und bei einer stark absorbirenden Substanz weiter unten ausführlicher.

1) P. Drude, Abhandl. d. k. sächs. Akad. etc. p. 110.

b) Ergebnisse.

I. Wellenlänge $\lambda = 63$ cm.

1. Destillirtes Wasser.

Leitfähigkeit nach Gebrauch $\sigma < 15 \cdot 10^{-15}$,
also k berechnet: $k < 35 \cdot 10^{-5}$. Temp. $16\frac{1}{2} - 18^\circ$.

Zuerst wurde die beistehende Curve (vgl. Fig. 3) aufgenommen, indem man je 10 ccm Flüssigkeit einfüllte. Die fünf ersten Maxima sind weggelassen, die Ordinaten um die Hälfte verkürzt. Aus dem Abstand der Maxima bez. Minima ergibt sich

$$\frac{\lambda}{2} = 107 \text{ ccm} = 107 \cdot 0,328 \text{ mm} = 70,2 \text{ mm},$$

also

$$E = n^2 = 80,5.$$

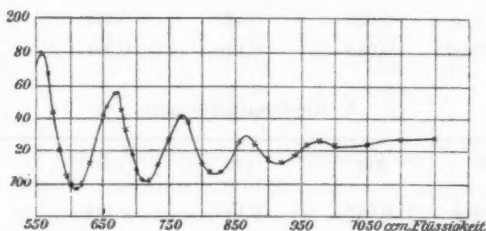


Fig. 3.

Zur Bestimmung des Absorptionscoefficienten wurde der Teil der Curve von 1000 ccm an mehrfach vor- und rückwärts aufgenommen und constatirt, dass eine Abnahme der Ausschläge bei höherer Flüssigkeitssäule nicht eintrat.

Die Berechnung hätte nach Formel (2) zu geschehen, doch folgt aus dem horizontalen Verlauf des Curvenendes unmittelbar:

Gegenüber Wellen von der Periode $T = 21 \cdot 10^{-10}$ verhält sich destillirtes Wasser normal, d. h. es zeigt sich keine merkbare Absorption dieser Wellen.

2. Chlornatriumlösungen.

Ausgehend von den schwächsten Concentrationen gelangte man schliesslich zu Leitfähigkeiten, bei denen bei der benutzten Wellenlänge die Leitungsströme gleich den Verschiebungsströmen werden.¹⁾ Die Versuchsreihen bei Flüssigkeiten

1) Vgl. z. B. P. Drude, Physik des Aethers, p. 549. Stuttgart 1894.

mit geringerer Absorption stimmten etwas weniger gut mit der Theorie überein als diejenigen mit stärkerer Absorption; es rührt dies wohl daher, dass Unregelmässigkeiten im Gang des Inductoriums und in der Wirksamkeit der Funkenstrecke bei geringen Intensitätsunterschieden viel stärker ins Gewicht fallen.

Die Zahl der beobachtbaren Maxima nahm natürlich mit zunehmender Leitfähigkeit ab. Bei $\sigma = 931 \cdot 10^{-14}$ war das erste Maximum noch deutlich wahrnehmbar.

Die einzelnen Resultate sind in beistehender Tabelle enthalten.

$\sigma \cdot 10^{14}$	312	623	931	2045
k berechnet	0,073	0,143	0,208	0,40
k beobachtet	0,085	0,188	0,204	0,39

3. Kupfersulfatlösungen.

$\sigma \cdot 10^{14}$	352	460	684	1167
k berechnet	0,082	0,105	0,156	0,255
k beobachtet	0,083	0,097	0,153	0,240

Aus der teilweise sehr guten Uebereinstimmung der beobachteten und der berechneten Werte von k folgt, dass sich die untersuchten Salzlösungen normal verhalten, d. h. dass ihr Absorptionscoefficient allein durch ihre Leitfähigkeit bestimmt ist.

4. Alkohole.

Wässerige Aethylalkohole. Ihr Procentgehalt wurde vor und nach Gebrauch durch Ermittlung ihres specifischen Gewichtes bestimmt. Die Aenderungen blieben stets unter 0,1 Proc. Bei nahezu absolutem Alkohol (99,3 Proc.) war bloss ein Maximum wahrnehmbar, und da sich aus diesem der Brechungsexponent nicht angeben lässt, so wurden sämtliche Absorptionscoefficienten auf 1 cm bezogen, anstatt auf die Wellenlänge in der Flüssigkeit. Die Substanzen wurden nicht auf ihre chemische Reinheit untersucht, doch ergaben ein von Merck bezogener und ein aus stark wasserhaltigem Alkohol nach Zer-

setzung mit Natrium durch Destillation gewonnener dieselben Resultate.

Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Die Procente bedeuten Gewichtsprocente. Die Zahlen in der Columnne „auf 100 % ber.“ wurden dadurch erhalten, dass man annahm, die Absorption sei direct proportional dem Gehalt an absolutem Alkohol. Die angegebenen Dichten beziehen sich auf Wasser von 15°.

Dichte	Procent- gehalt	$\frac{2\pi k}{\lambda}$	auf 100 % ber.	Abw. vom Durchschnitt
0,9075	55	0,053	0,096	5 %
0,8604	75,15	0,075	0,100	1 „
0,8319	86,5	0,087	0,101	0
0,8182	91,8	0,093	0,101	0
0,8134	93,5	0,098	0,105	4 „
0,7980	98,7	0,103	0,104	2 „
0,7962	99,4	0,103	0,104	2 „

Aus der guten Uebereinstimmung der Zahlen in der vierten Columnne ergibt sich das Resultat:

Die Absorption elektrischer Wellen von der Periode $21 \cdot 10^{-10}$ durch wässrige Aethylalkohole ist bloss abhängig von dem Gehalt an absolutem Alkohol, und zwar ist sie dem (Gewichts-) Procentgehalt direct proportional.

Der Absorptionscoefficient pro cm hat den Wert 0,10. Drude¹⁾ findet für längere (73 cm) Wellen den Wert 0,086.

Methylalkohol. Es waren drei Maxima mit den dazwischen liegenden Minima beobachtbar. Man fand $\lambda/2 = 167,5$ ccm = 54,9 mm, also $n^2 = 32,7$ und für den Absorptionscoefficienten pro Wellenlänge: $2\pi k = 0,36$. Die Berechnung der Dielektricitätsconstanten hat nach der Formel²⁾ $E = n^2(1 - k^2)$ zu geschehen; es ergibt sich $E = 32,6$.

Drude findet $2\pi k = 0,50$ und $E = 32,5$.

Bei *Isobutyl-* und *Propylalkohol* konnten wegen der sehr starken Absorption keine Brechungsexponenten bestimmt werden.

1) P. Drude, Zeitschr. f. phys. Chem. 23. p. 267. 1897.

2) Vgl. z. B. P. Drude, Physik des Aethers, p. 527. Stuttgart 1894.

Für die Absorptionscoefficienten pro cm erhielt man die Werte 0,14 und 0,15 (Drude 0,11 und 0,14).

II. Wellenlänge $\lambda = 22,2$ cm.

1. Destillirtes Wasser.

Wir geben die zur Bestimmung des Brechungsexponenten aufgenommene Curve in Fig. 4 wieder als Beispiel für schwach absorbirende Flüssigkeiten. Aus dieser Curve folgt $\lambda/2 = 37,7$ cm = 12,4 mm, also $n^2 = 80,1$. Der Brechungsexponent ist somit für diese dreimal kürzeren Wellen derselbe wie für die langen. Der Absorptionscoefficient wurde durch besondere Versuche

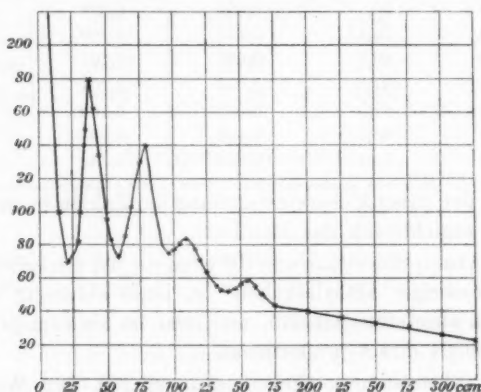


Fig. 4.

bestimmt, weil in der Curve der durch das Schlechterwerden der Funkenstrecke bedingte Abfall nicht eliminirt ist.

Die einzelnen Versuchsreihen zeigten grössere Abweichungen voneinander als bei den langen Wellen, da eben hier die Beobachtungen schwieriger sind. Die Leitfähigkeit des benutzten Wassers war auch nach dem Gebrauch noch so klein, dass sie keine merkbare Absorption verursachen konnte, sie betrug weniger als $25 \cdot 10^{-15}$, was einem theoretischen Absorptionscoefficienten $k = 0,0002$ entsprechen würde, während die Versuche den Wert 0,04 ergaben. „Für Wellen von der Periode $T = 74 \cdot 10^{-11}$ zeigt also Wasser eine sehr deutliche anomale Absorption.“

2. Kochsalzlösungen.

Für geringe Leitfähigkeiten fand man, dass sich die durch die Leitfähigkeit bedingte Absorption zu der anomalen Absorption des Lösungsmittels addirt. Für stärkere Concentrationen ($\sigma > 2000 \cdot 10^{-14}$) traf dies allerdings nicht mehr zu, sondern man erhielt stets kleinere Absorptionscoefficienten; da jedoch hier die Beobachtungen sehr unsicher werden — man hat nur geringe Flüssigkeitshöhen zur Verfügung —, so bleibe es dahingestellt, ob diese Abweichungen nicht durch Beobachtungsfehler bedingt sind. Die folgende Tabelle enthält einzelne Daten.

$\sigma \cdot 10^{14}$	147	284	524	1210	2407
k ber.	0,01	0,02	0,04	0,10	0,19
k beob.	0,05	0,06	0,07 ₅	0,14 ₅	0,17
Diff.	0,04	0,04	0,03 ₅	0,04 ₅	-0,02

3. Alkohole.

Aethylalkohol. Eine einfache Regel für den Zusammenhang zwischen Procentgehalt und Absorption konnte hier nicht gefunden werden. Von Interferenzen erhielt man wegen der sehr starken Absorption nicht einmal Andeutungen (vgl. Fig. 5). Für 99 Proc. Alkohol wurde der Absorptionscoefficient pro cm

$$\frac{2\pi k}{\lambda} = 0,42.$$

Unter ähnlichen Umständen erhielt man für Isobutyl- und Propylalkohol die Werte 0,12 und 0,27.

Des besseren Ueberblicks halber sind die Absorptionscoefficienten der untersuchten Alkohole nebst den Drude'schen Werten in der folgenden Tabelle zusammengestellt, sämtliche sind auf 1 cm bezogen.

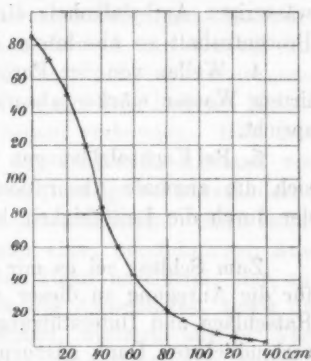


Fig. 5.

	$\lambda = 73 \text{ cm}$	$\lambda = 63 \text{ cm}$	$\lambda = 22,2 \text{ cm}$
Aethylalkohol	0,09	0,10	0,42
Methylalkohol	0,04	0,03	—
Propylalkohol	0,14	0,15	0,27
Isobutylalkohol	0,11	0,14	0,12

Die Tabelle zeigt ein sehr rasches Anwachsen des Absorptionscoefficienten bei Aethylalkohol, ein etwas weniger rasches bei Propylalkohol und eine geringe Aenderung bei Isobutylalkohol.

6. Zusammenfassung der Resultate.

1. Die beschriebene quantitative Methode erlaubt die Absorptionscoefficienten von relativ gut und von schlecht leitenden Flüssigkeiten zu bestimmen.

2. Wasser, Chlornatrium und Kupfersulfatlösungen verhalten sich gegenüber Wellen von der Periode $21 \cdot 10^{-10}$ normal, d. h. ihr Absorptionscoefficient hängt allein von ihrer Leitungsfähigkeit ab, und kann aus derselben auf theoretischem Wege gefunden werden.

3. Für Wellen dieser Periode ist der Absorptionscoefficient wässerigen Aethylalkohols direct proportional dem (Gewichts-) Procentgehalt an absolutem Alkohol.

4. Wellen von der Periode $74 \cdot 10^{-11}$ werden von destillirtem Wasser stärker absorbirt als seiner Leitfähigkeit entspricht.

5. Bei Kochsalzlösungen von geringer Concentration scheint sich die anomale Absorption des Lösungsmittels einfach zu der durch die Leitfähigkeit bedingten Absorption zu addiren.

Zum Schluss sei es mir gestattet, Hrn. Prof. Dr. Waits für die Anregung zu dieser Arbeit, sowie für die zahlreichen Ratschläge und Unterstützungen bei ihrer Ausführung meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

Tübingen, Physik. Inst., im Februar 1902.

(Eingegangen 5. März 1902.)

12. *Ueber Selbstelektrisirung des menschlichen Körpers;*
von Adolf Heydweiller.

Die nachstehenden Versuche sind auf Anregung und unter Mitwirkung des Breslauer Nervenarztes Dr. Adler ausgeführt worden, der sich für die medicinische Seite der Frage interessirte. Für den Physiker haben sie wenigstens *das* Interesse, dass sie auf eine nicht unwichtige und bisher wohl kaum beachtete Fehlerquelle bei elektrometrischen Arbeiten aufmerksam machen.

Dass die, Bewegungen des Körpers veranlassenden Muskeldeformationen die Quelle elektrischer Ströme sind, ist lange bekannt, und namentlich E. du Bois-Reymond hat deren Art, Stärke und Richtung eingehend untersucht; wenig oder gar nicht bekannt dürfte aber sein, dass sie auch zu beträchtlichen statischen Ladungen des Körpers führen, die sich nicht schnell, sondern nur allmählich ausgleichen.

Die Nadel eines Quadrantelektrometers nach Mascart sei mit einer Zambonisäule nach Elster und Geitel auf einige Hundert Volt Spannung geladen; das eine Quadrantenpaar zur Erde abgeleitet, das andere mit einer isolirten Metallplatte von 15 cm Durchmesser leitend verbunden. Hält man dann eine Hand in die Nähe der Platte im Abstand von 5—10 cm, ohne sie zu berühren, und besteigt bei unveränderter Lage der Hand (am besten sie isolirt aufstützend) einen Isolirschmel, so giebt das Elektrometer einen beträchtlichen Ausschlag, eine negative Ladung der Hand anzeigend, der, nur langsam zurückgeht. Die Grösse des Ausschlages, sowie die Geschwindigkeit, mit der er abnimmt, wechseln mit der Versuchsperson und deren Disposition, sowie mit den äusseren Bedingungen — Temperatur, Luftfeuchtigkeit etc.

Einen Ausschlag von ungefähr gleicher Grössenordnung erhält man, wenn man der ersten Platte eine zweite in gleichem Abstände, wie vorher die Hand, gegenüberstellt, und diese auf

mehrere Hundert bis zu tausend Volt ladet. Die Ladungen rühren nicht etwa von Reibung der Kleidung am Körper her, denn sie entstehen auch bei unbekleidetem Körper.

Kniebeuge auf dem Schemel bewirkt entgegengesetzte Ausschläge, also positive Elektrisirung der Hand, Strecken des Knies wieder negative; folgen die Bewegungen schnell aufeinander, so neutralisiren sich die entgegengesetzten Ladungen.

Sie entstehen auch bei nicht isolirtem Körper und verschwinden dann nur etwas schneller, ebenso auch bei anderen Bewegungen, sodass man bei Hin- und Herbewegung vor der isolirten Platte fortwährende Schwankungen der Elektrometernadel beobachtet.

Contrahirt man bei der obigen Anordnung den Oberarmmuskel des der Platte zugewendeten Armes, so zeigt die Hand dieses Armes negative, beim Strecken des Muskels positive Ladung. In jedem Fall stimmt die Art der Ladung mit den nach E. du Bois-Reymond aus der Richtung der Muskelströme folgenden elektromotorischen Kräften; Contraction des Arm- oder Beinmuskels ergiebt ja einen im Arm bez. Bein aufsteigenden Strom.

Es kann also über die Herkunft der Ladungen ein Zweifel kaum mehr bestehen.

Dagegen ist die Frage aufzuwerfen, wo die entgegengesetzte Ladung bleibt. Kann man bei nicht isolirtem Körper ein Abfliessen zur Erde annehmen, so ist das bei den Versuchen auf dem Isolirschemel nicht möglich. Man erhält die Auskunft, wenn man die isolirte Platte neben anderen Teilen des Körpers, z. B. neben dem Unterschenkel, aufstellt; es zeigt dieser stets die entgegengesetzte Ladung wie die Hand. Es folgt also das überraschende Ergebnis, dass auf verschiedenen Teilen des Körpers entgegengesetzte Ladungen von beträchtlicher Spannung längere Zeit nebeneinander bestehen können, im Widerspruch mit der üblichen Anschauung, die den menschlichen Körper den verhältnismässig guten Leitern der Elektrizität zuzurechnen pflegt.

Man weiss aber auch, dass zur Durchleitung eines elektrischen Stromes durch den Körper eine gute Durchfeuchtung der Haut an den Zuleitungsstellen erforderlich ist. Es sind also in der trockenen Epidermis Schichten von geringem Leit-

vermögen vorhanden, die wohl als die Träger jener statischen Ladungen anzunehmen sind.

Zur Controle wurden auch die Versuche von E. du Bois-Reymond über die Richtung der Muskelströme wiederholt, und die dabei auftretenden Elektricitätsmengen der Grössenordnung nach bestimmt. Dabei tauchten Hand und Fuss in Glasgefässe mit Natriumsulfatlösung, die durch Heber mit anderen, Zinksulfat und Zinkelektroden enthaltenden, verbunden waren, sodass störende elektromotorische Kräfte und Polarisationen möglichst vermieden waren. Zur Messung diente ein empfindliches d'Arsonvalgalvanometer von Siemens & Halske (1 mm Impulsivauschlag bei 2000 mm Scalenabstand gleich $2 \cdot 10^{-9}$ Coulomb). Die durch Contraction oder Dehnung des Arm- oder Beinmuskels erhaltenen Elektricitätsmengen liegen zwischen 2 und $5 \cdot 10^{-8}$ Coulomb, was in Verbindung mit den vorher festgestellten Spannungen die Capacität des Körpers zu etwa $5 \cdot 10^{-11}$ Farad oder 45 cm in elektrostatischem Maasse, also einen sehr wahrscheinlichen Wert ergibt.

Mit jeder Bewegung ist nach dem vorhergehenden eine elektrische Arbeitsleistung verbunden, die bei guter Isolirung durch eine folgende entgegengesetzte Bewegung zum grossen Teil wiedergewonnen wird, bei schnellerem Verschwinden der statischen Ladungen aber nicht. Sie ist indessen von sehr geringem und gegen die mechanische Arbeitsleistung bei der Bewegung verschwindendem Betrage, nach obigen Messungen nämlich im Maximum gleich $2,5 \cdot 10^{-5}$ Joule oder 250 Erg, oder $\frac{1}{4}$ g-Gewicht-cm.

Münster i. W., Physikalisches Institut, März 1902.

(Eingegangen 21. März 1902.)

13. Die Absorption festen Cyanins im Ultraviolett; Notiz von A. Pflüger.

In verschiedenen Arbeiten¹⁾ habe ich die Brechungs- und Extinctionsindices fester Farbstoffe, speciell des Cyanins, innerhalb des Absorptionsstreifens bestimmt, und die Resultate zur Prüfung der Ketteler-Helmholtz'schen Dispersionsformeln verwandt. Es ergab sich für Cyanin genügende Uebereinstimmung zwischen Theorie und Experiment, sodass der Schluss berechtigt war, dass die betreffenden Formeln den Gang der Dispersion auch bei solchen Medien richtig darstellen, deren Brechungsindices in kleinen Spectralbereichen stark mit der Wellenlänge variiren.

Auch im Ultraviolett habe ich einige Bestimmungen der Brechungsindices ausgeführt. Hier ergaben sich für Cyanin erhebliche Abweichungen der theoretischen von der experimentell ermittelten Curve, die ich damals schon durch einen Absorptionsstreifen im Ultraviolett zu erklären suchte. Auf vorher angestellten, photographischen Aufnahmen des Absorptionsspectrums trat nun wohl die Absorption im Grün, nicht aber eine solche im Ultraviolett hervor. Der vermutete Streifen musste daher, wenn er überhaupt existirte, erheblich schwächer sein als der bekannte im Grün.

Inzwischen hat Hr. Wood²⁾ meine Messungen an nach anderem Verfahren hergestellten Prismen wiederholt und für das von ihm benutzte Cyanin *starke* Absorption im Ultraviolett, die eine Messung des Brechungsindex in diesem Gebiete überhaupt nicht gestattete, gefunden. Ich habe diese Abweichung von meinen Resultaten bereits dadurch erklärt³⁾,

1) A. Pflüger, Wied. Ann. **56**. p. 412. 1895; **65**. p. 173. 1898.

2) R. W. Wood u. C. E. Magnusson, Phil. Mag. (5) **46**. p. 380. 1901; (6) **1**. p. 36. 1901.

3) A. Pflüger, Phil. Mag. (6) **1**. Sept. 1901.

dass Hrn. Wood's Cyanin von anderer chemischer Zusammensetzung war als das meinige — eine in der photographischen Technik bei den meisten käuflichen Cyaninsorten bekannte Erfahrung.

Die Freundlichkeit des Hrn. Dr. Bettendorf, dem ich auch an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank ausspreche, ermöglichte es mir, mit einer vor kurzem aufgestellten Rowland'schen Gitteranordnung meine Messungen wiederholen zu können. Die Versuchsanordnung war die l. c. beschriebene. Nur wurden statt einer auf einer Quarzplatte niedergeschlagenen Cyaninschicht deren sechs in den Gang der Strahlen des Kohle-Eisenbogens gebracht, so zwar, dass die fest zusammengepressten Platten die eine Hälfte des Spaltes bedeckten. Das Spectrum musste infolge dessen aus zwei übereinander liegenden Hälften bestehen, deren eine nur Licht empfing, das die Cyaninschichten passirt hatte.

Auf der Platte zeigte sich nun allerdings ein Absorptionsstreifen im Ultraviolett, etwa bei der Wellenlänge $\lambda = 340 \mu\mu$ beginnend und bis zum Ende des Spectrums (ca. $230 \mu\mu$) sich erstreckend. Er ist sehr viel schwächer als der Streifen im Grün, da er bei langer Belichtung bez. nur einer Cyaninschicht verschwindet, während der zweite bestehen bleibt. Die theoretische Voraussage ist also bestätigt.

Ebenso bestätigt sich die Meinung, dass Hrn. Wood's Cyanin von anderer Beschaffenheit sein muss. Denn dort beginnt die Absorption schon bei $\lambda = 372 \mu\mu$. Sie ist so stark, dass Hr. Wood in denselben Spectralregionen bei fünfständiger Exposition keine Einwirkung auf die Platte erhielt, wo mir eine solche bei nur dreiviertelständiger Belichtung gelang. Allerdings muss bedacht werden, dass Hrn. Wood's Prisma erheblich dicker war als das meinige, ein Umstand, der die Prismen des Hrn. Wood mehr für Demonstrationen als für Messungen brauchbar macht.

Zweifelloos muss die Dispersionscurve im Ultraviolett den für anomale Dispersion charakteristischen Verlauf zeigen: starkes Anwachsen kurz vor $\lambda = 340 \mu\mu$, dann Abfall und wieder Anwachsen gegen kürzere Wellenlängen. Doch wird die Variation des Brechungsindex geringer sein als im Grün,

entsprechend der schwächeren Absorption. Meine Messungen legen nur drei Punkte der Curve fest, nämlich

$\lambda = 378 \mu\mu$	$n = 1,69$
$\lambda = 350 \text{ „}$	$n = 1,70$
$\lambda = 288 \text{ „}$	$n = 1,71$

Der interessanteste Teil der Curve, bei $\lambda = 340 \mu\mu$, befindet sich also nicht darunter, und der dritte Wert gehört wohl dem absteigenden Aste im Absorptionsstreifen an. Eine grössere Anzahl von Punkten festzulegen, gelang damals nicht wegen der ungewöhnlich mangelhaften Beschaffenheit des physikalischen Institutes. Sollten diese Verhältnisse eine Besserung erfahren, so beabsichtige ich, die Messungen wieder aufzunehmen.

Bonn, Physikalisches Institut der Universität, März 1902

(Eingegangen 11. März 1902.)

ger

be

ör

ine

ch

des

ina

der

02

